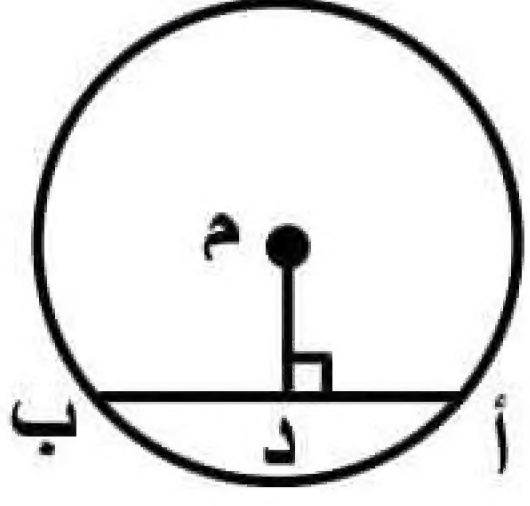


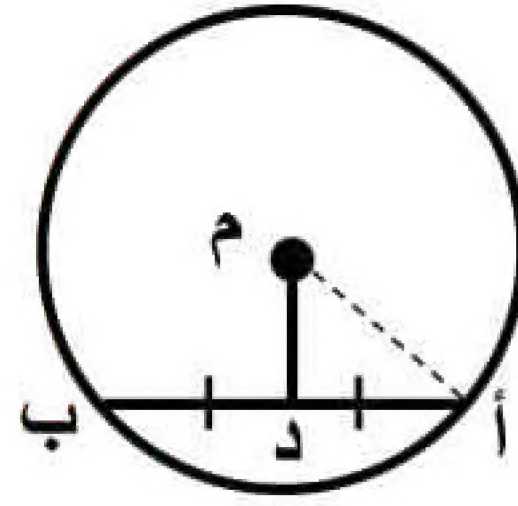
مفاهيم أساسية

المستقيم المار بمركز الدائرة وعمودياً
على أي وتر فيها ينصف هذا الوتر



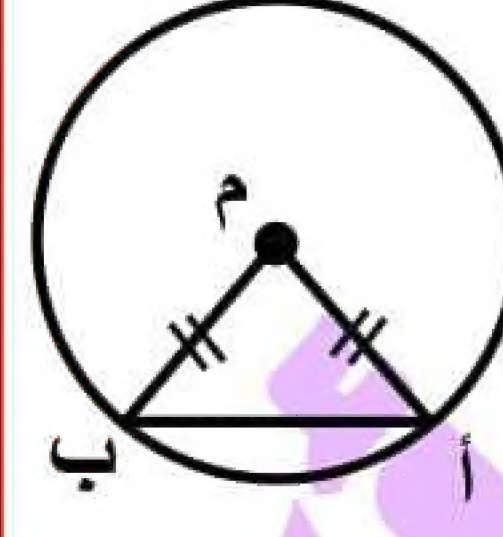
$\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB}$
 $\therefore D$ منتصف \overline{AB}
 $\therefore AD = DB$

المستقيم المار بمركز الدائرة ويمتصّف
أي وتر فيها يكون عمودياً على هذا الوتر



$\therefore D$ منتصف الوتر \overline{AB}
 $\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB}$
 $\therefore \angle (M, D, A) = 90^\circ$

أنصاف الأقطار في الدائرة
الواحدة متساوية في الطول



$\therefore MA = MB$
 $\therefore MA = MB$
أي أن:
 $\angle (A) = \angle (B)$

أوضاع مستقيم بالنسبة لدائرة

إذا كانت M دائرة طول نصف قطرها $Nق$ ، N نقطة N المستقيم فإن المستقيم يكون :

مماس
إذا كان : $M = Nق$

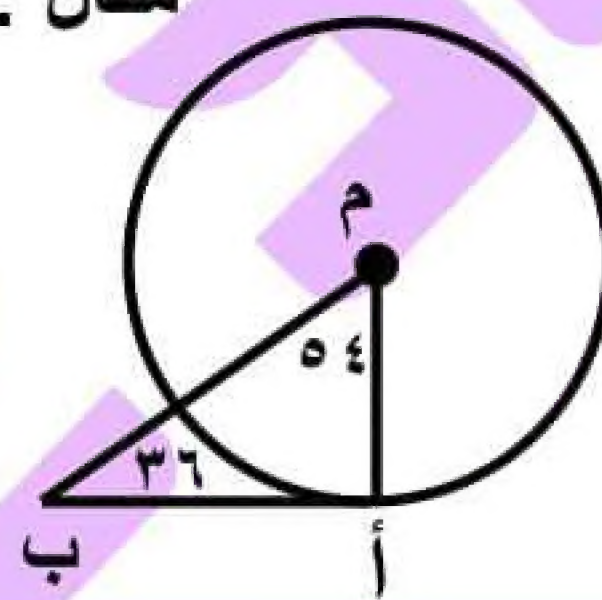
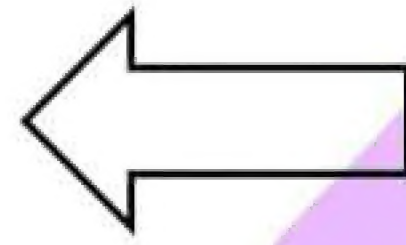
قاطع
إذا كان : $M > Nق$

خارج الدائرة
إذا كان : $M < Nق$

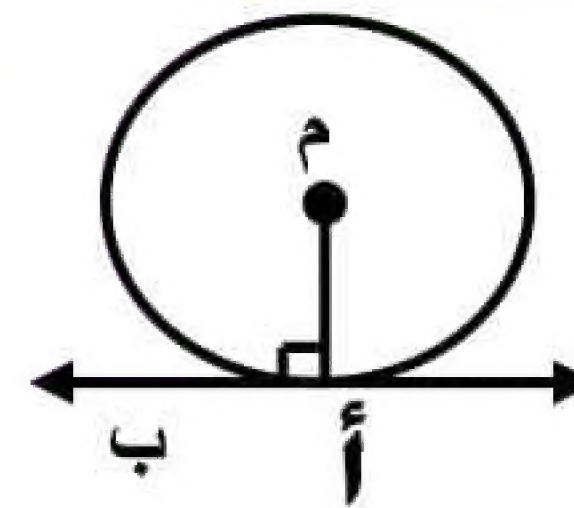
لإثبات أن المستقيم مماس
هنثبت أن الزاوية التي بينه وبين نصف القطر قياسها 90°

مثال : اثبت أن \overline{AB} مماس

في $\triangle MAB$:
 $\angle (M, A, B) = 180^\circ - (36^\circ + 54^\circ)$
 $90^\circ = 180^\circ - 90^\circ$
 $\therefore \overline{AB}$ مماس



المماس عمودى على نصف القطر



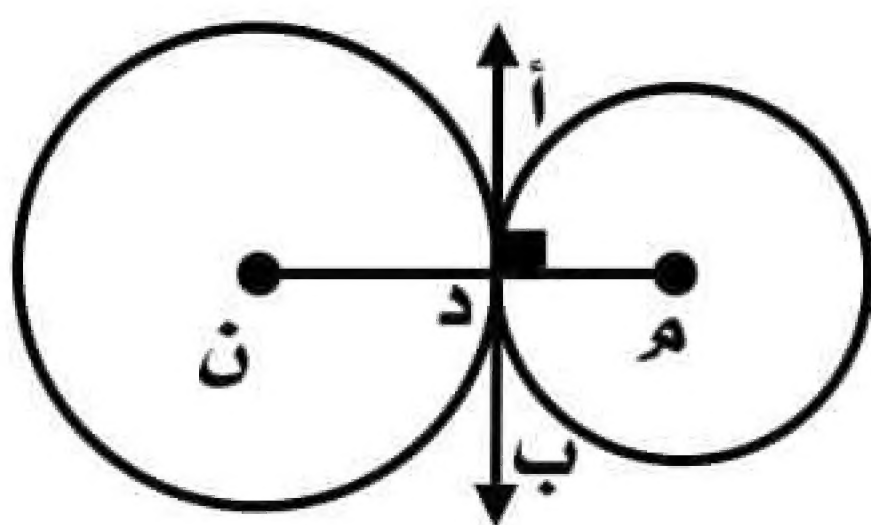
$\therefore \overline{AB}$ مماس ، M أنصاف قطر
 $\therefore \overline{MA} \perp \overline{AB}$
 $\therefore \angle (M, A, B) = 90^\circ$

أوضاع دائرة بالنسبة لدائرة

إذا كانت M ، N دائرتان طولاً نصفى قطريهما $Nق١$ ، $Nق٢$ ، M خط المركزين فإن الدائرتان يكونان :

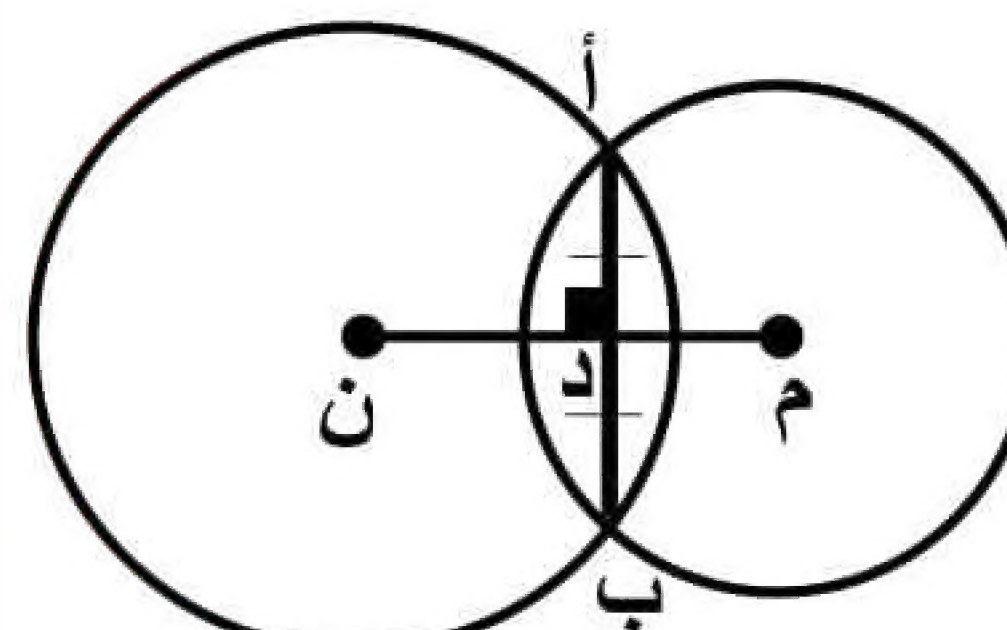
متماستان من الخارج إذا كان :	متماستان من الداخل إذا كان :	متقاطعتان إذا كان :	متباعدتان إذا كان :	متداخلتان إذا كان :	متحدتا المركز إذا كان :
$M = Nق١ + Nق٢$	$M = Nق١ - Nق٢$	$Nق١ + Nق٢ > M$	$Nق١ + Nق٢ < M$	$Nق١ - Nق٢ < M$	$M = Nق١ = Nق٢$

خط المركزين عمودى على المماس المشترك



$\therefore \overline{AB}$ مماس مشترك ،
 MN خط المركزين
 $\therefore MN \perp \overline{AB}$

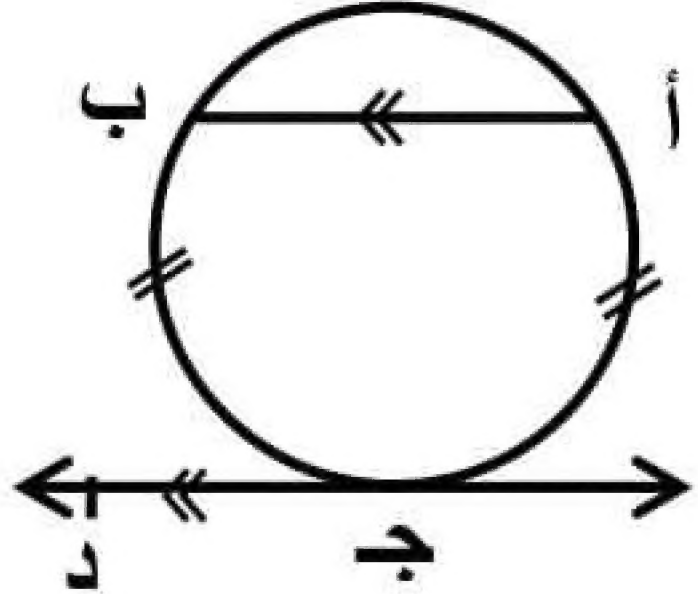
خط المركزين عمودى على الوتر المشترك وينصفه



$\therefore \overline{AB}$ وتر مشترك ،
 MN خط المركزين
 $\therefore MN \perp \overline{AB}$
 $\therefore \angle (M, D, A) = 90^\circ$ ،
 MN ينصف \overline{AB}

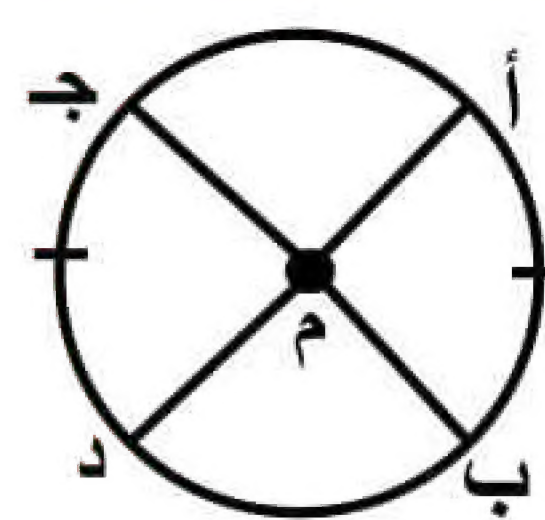
الأقواس المتساوية

الوتر والمماس المتوازيان يحصران قوسان متساويان



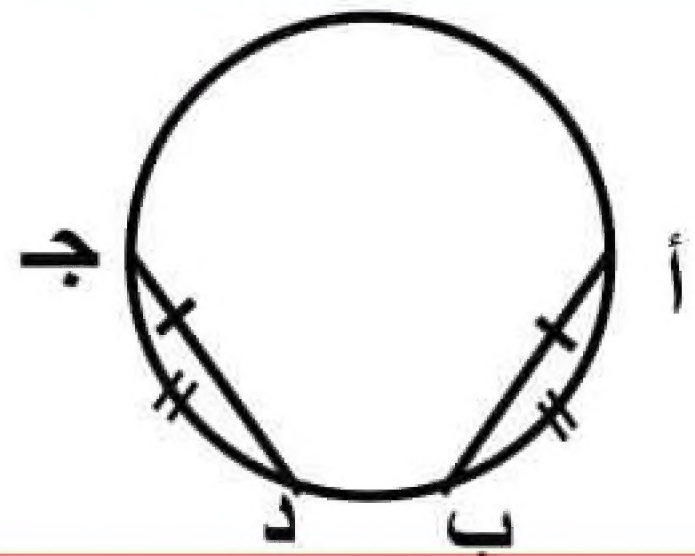
إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
فإن $\widehat{C} = \widehat{D}$

الأقواس المتساوية في القياس متساوية في الطول والعكس صحيح



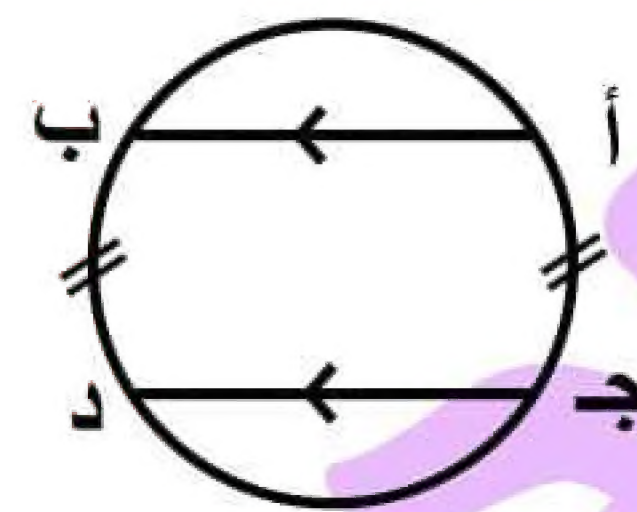
إذا كان $\widehat{C} = \widehat{D}$
فإن: طول \overline{AB} = طول \overline{CD}
والعكس صحيح

الأوتار المتساوية في الطول أقواسها متساوية في القياس



إذا كان $\overline{AB} = \overline{CD}$
فإن: $\widehat{C} = \widehat{D}$
والعكس صحيح

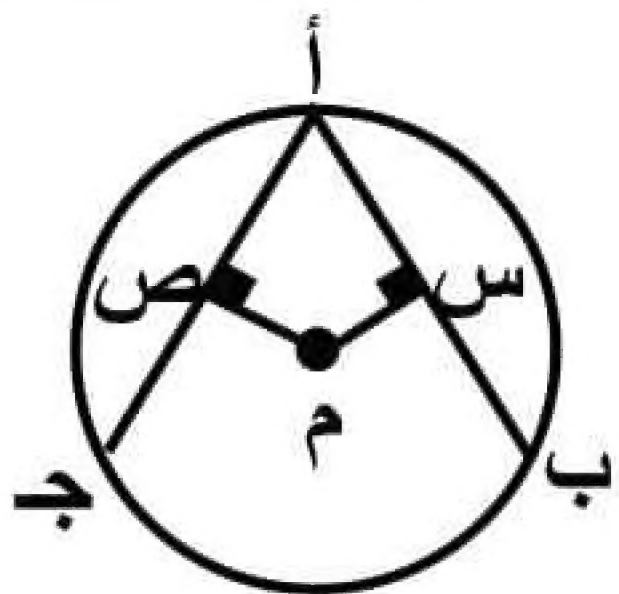
الوتران المتوازيان يحصران بينهما قوسان متساويان



إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
فإن $\widehat{C} = \widehat{D}$

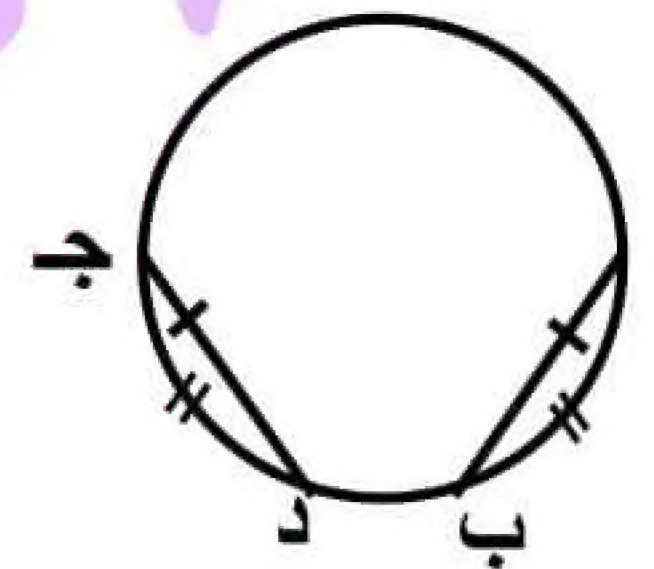
الأوتار المتساوية

الأوتار المتساوية في الطول أبعادها متساوية في الطول



$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$ (أوتار متساوية)
 $\therefore \overline{AM} = \overline{CM}$ (أبعاد متساوية)
والعكس صحيح

الأوتار المتساوية في الطول أقواسها متساوية في القياس

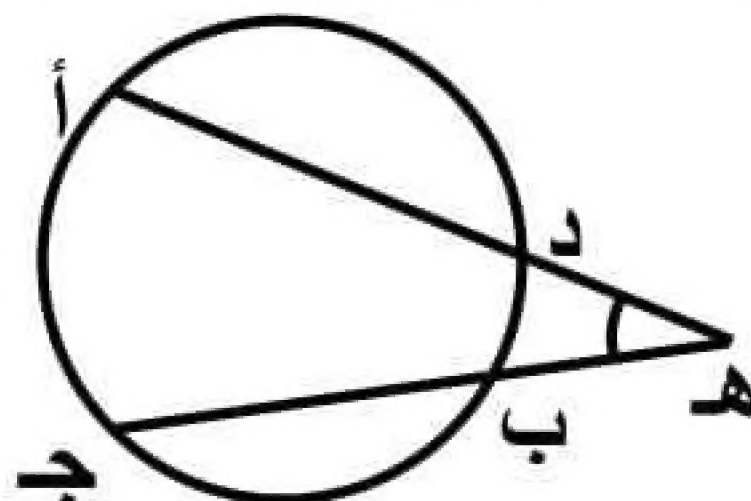


إذا كان $\overline{AB} = \overline{CD}$
فإن: $\widehat{C} = \widehat{D}$
والعكس صحيح

❖ لو عندك وترين متساويين : استنتج ان البعدين متساويين والعكس.
❖ ولو طلب منك تثبت ان وترين متساويين : حاول تثبت ان البعدين متساويين والعكس.

تمرين مشهور ٢

هنستخدمه لو عندنا وترين متقاطعين خارج الدائرة



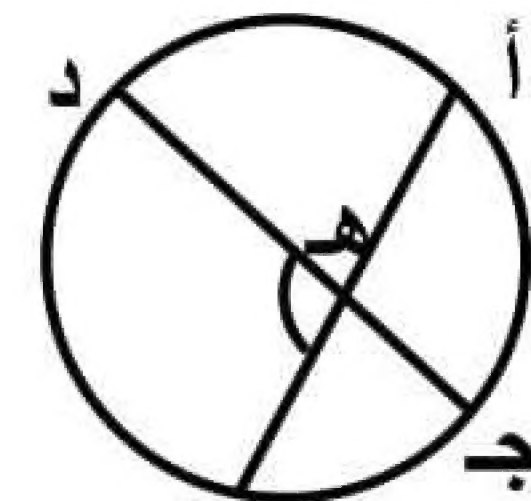
$$\widehat{H} = \frac{1}{2} [\widehat{C} - \widehat{A}]$$

$$\widehat{C} - \widehat{A} = 2\widehat{H}$$

$$\widehat{C} - \widehat{A} = 2\widehat{H}$$

تمرين مشهور ١

هنستخدمه لو عندنا وترين متقاطعين داخل الدائرة



$$\widehat{H} = \frac{1}{2} [\widehat{C} + \widehat{A}]$$

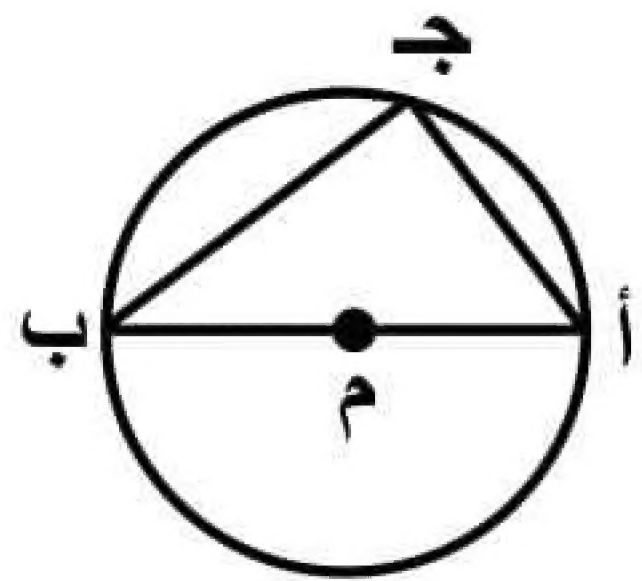
$$\widehat{C} + \widehat{A} = 2\widehat{H}$$

$$\widehat{C} + \widehat{A} = 2\widehat{H}$$

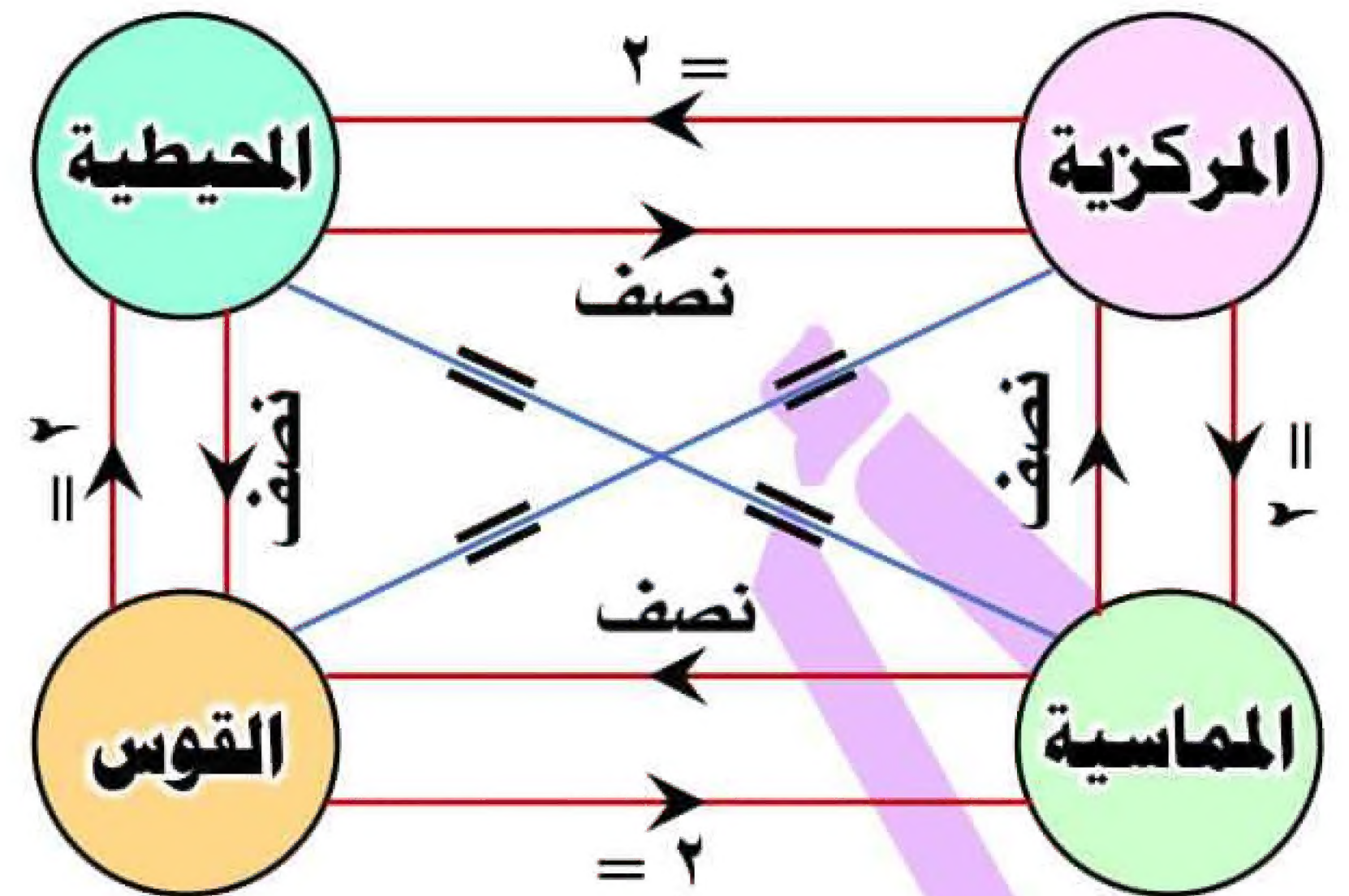
◆ المحيطية = المماسية = $\frac{1}{2}$ المركزية = القوس = $\frac{1}{2}$ المحيطية = $\frac{1}{2}$ المماسية

◆ المحيطية = المماسية = $\frac{1}{2}$ المركزية = القوس = $\frac{1}{2}$ المحيطية = $\frac{1}{2}$ المماسية

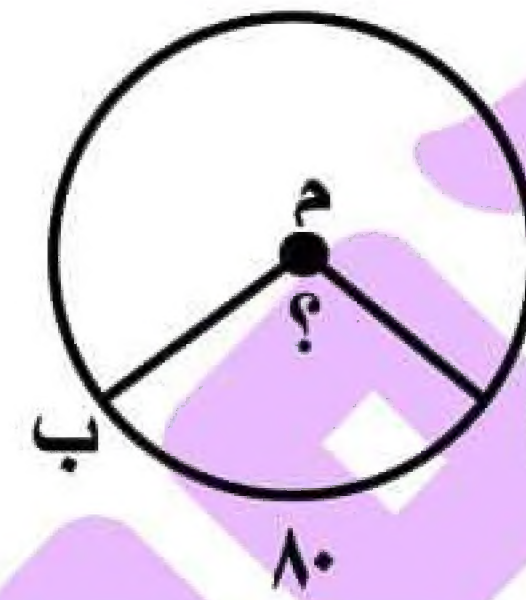
قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = 90°



∴ \widehat{AB} قطر
∴ ق (أ ج ب) المحيطية = 90°
أي أن $\triangle ABC$ قائم

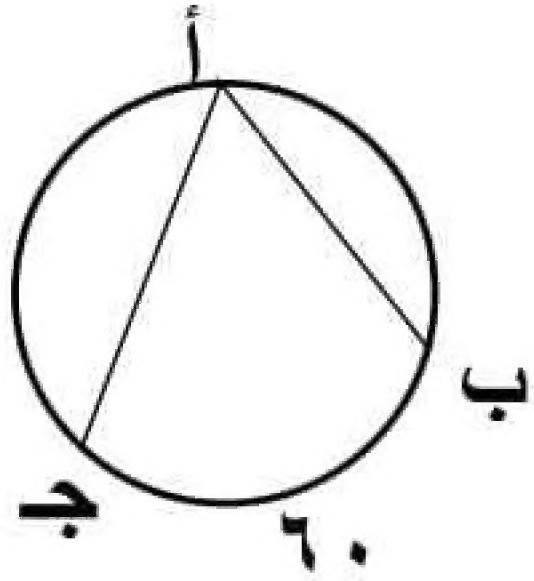


قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المقابل لها



∴ ق (أ ب) = 80°
∴ ق (م) المركزية = 80°

قياس الزاوية المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس القوس المقابل لها



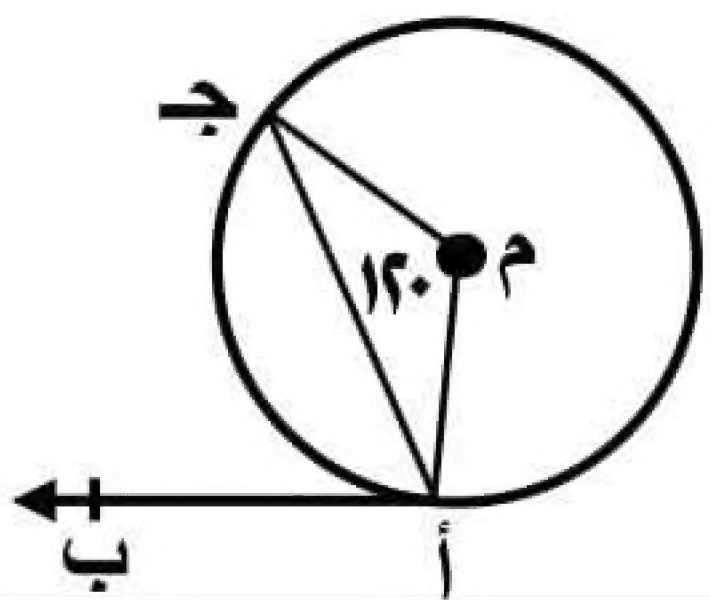
∴ ق (ب ج) = 60°
∴ ق (ب أ ج) المحيطية = 30°

قياس المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس المركزية (متركة معها في القوس)



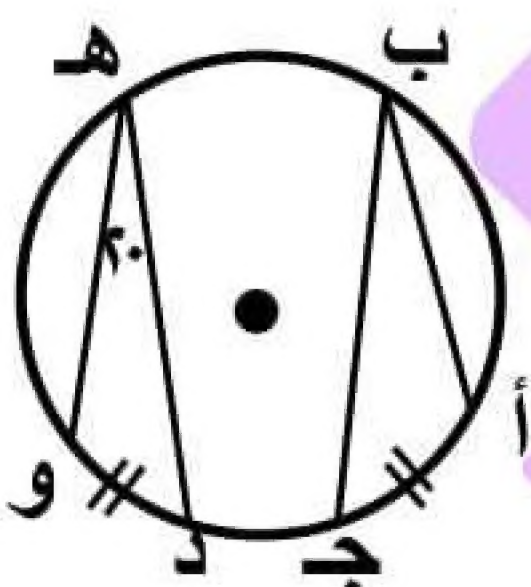
ق (ج) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق (أ ب) المركزية
ق (ج) = 55°

قياس المماسية = $\frac{1}{2}$ قياس المركزية (متركة معها في القوس)



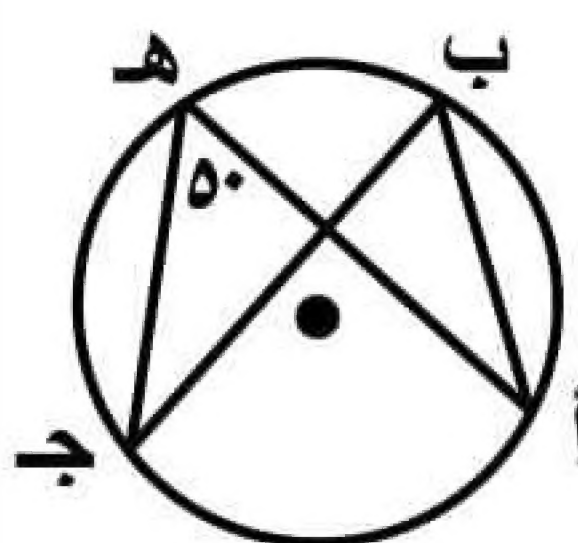
ق (ج أ ب) المماسية = $\frac{1}{2}$ ق (أ م ج) د
∴ ق (ج أ ب) = 60°

قياس المحيطية = قياس المحيطية (إذا كانا في القوس)



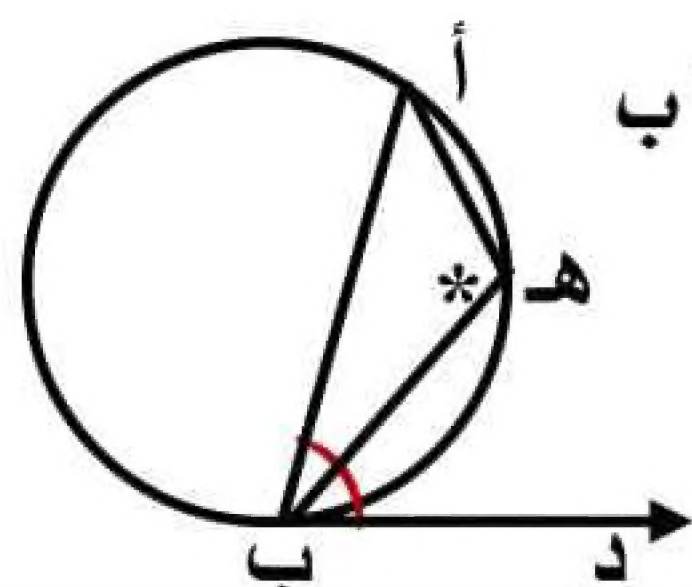
∴ ق (أ ج) = ق (د و)
∴ ق (ب) = ق (هـ) = 20°

قياس المحيطية = قياس المحيطية (متركة معها في القوس)



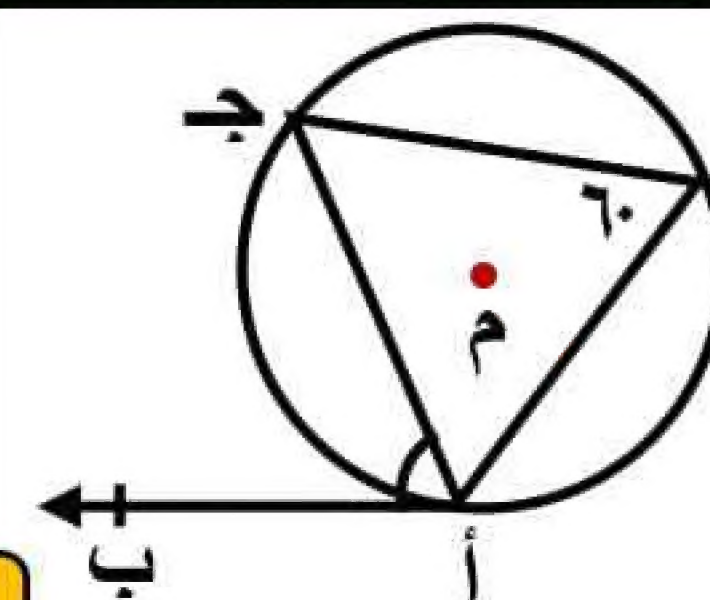
ق (ب) = ق (هـ) = 50°
لأنهما محيطيتان مشتركتان
في القوس أ ج

الزاوية المماسية تكمل الزاوية المحيطية المرسومة
على وتر الزاوية المماسية وفي جهة واحدة منها



∴ $\triangle ABC$ محيطية مرسومة على أ ب
∴ $\triangle ABC$ مماسية
∴ ق (أ ب د) + ق (أ هـ ب) = 180°

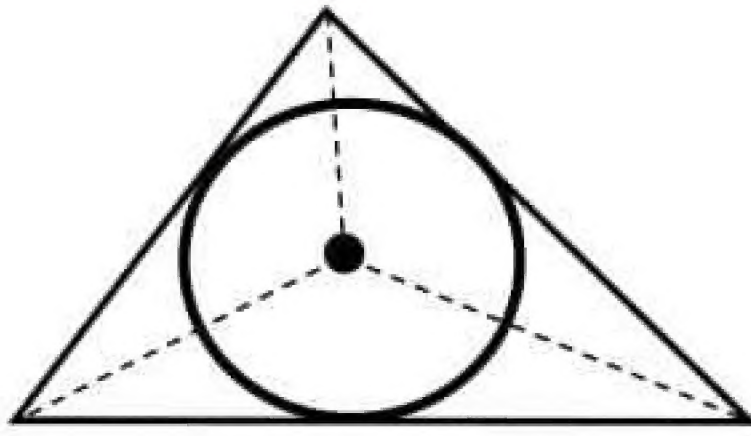
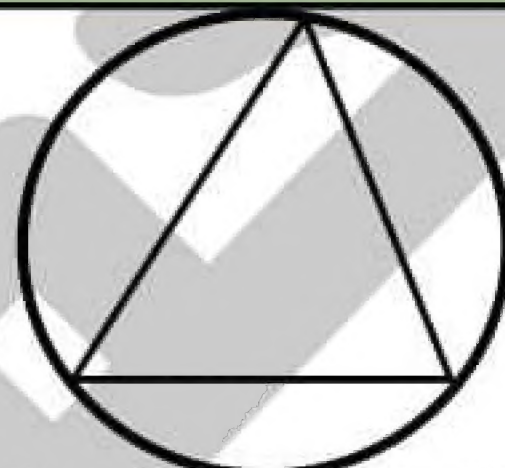
قياس المحيطية = قياس المماسية (متركة معها في القوس)



ق (ج أ ب) المماسية = ق (د) المحيطية
∴ ق (ج أ ب) = 60°

ملاحظات على تعيين الدائرة

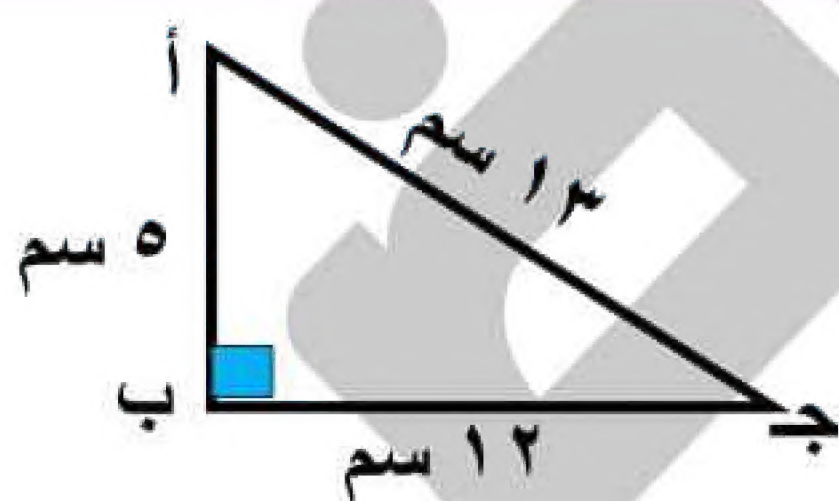
- (١) يمكن رسم دائرة تمر برؤوس كل من : المستطيل والمربع وشبه المنحرف المتساوي الساقين
- (٢) لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس : متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف غير المتساوي الساقين
- (٣) يمكن رسم دائرة وحيدة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة
- (٤) لا يمكن رسم دائرة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.
- (٥) يمكن رسم عدد لا نهائي من الدوائر تمر بنقطة واحدة.
- (٦) أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب هي التي أ ب قطرها وفيها $\text{نق} = \frac{1}{2} \text{أ ب}$
- (٧) إذا كان $\text{نق} < \frac{1}{2} \text{أ ب}$ فإنه يمكن رسم دائرتان فقط وإذا كان $\text{نق} > \frac{1}{2} \text{أ ب}$ فإنه لا يمكن رسم أى دائرة

الدائرة الداخلة للمثلث	الدائرة الخارجة للمثلث
 <p>مركزها هو نقطة تقاطع منصفات زواياها الداخلة</p>	 <p>مركزها هو نقطة تقاطع الأعمدة المقامة على أضلاع المثلث من منتصفاتها (محاور تماثل أضلاعها)</p>

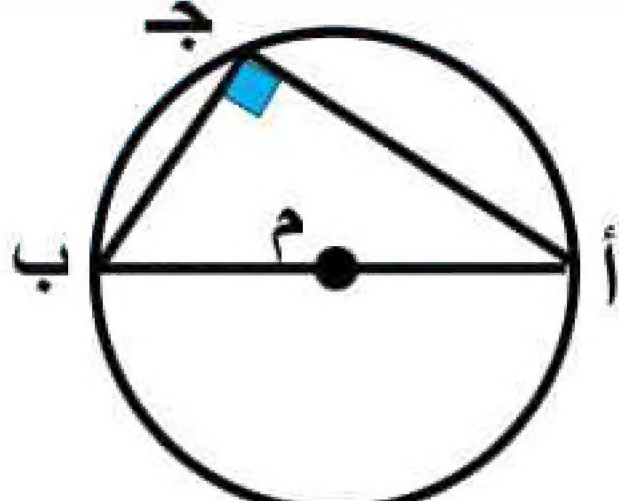
خلاصة الزاوية ٩٠

لو لقيت أي حاجة من دول استنتج ان فيه زاوية قائمة قياسها ٩٠ :

مربع ضلع مثلث =
مجموع مربعي الضلعين الآخرين



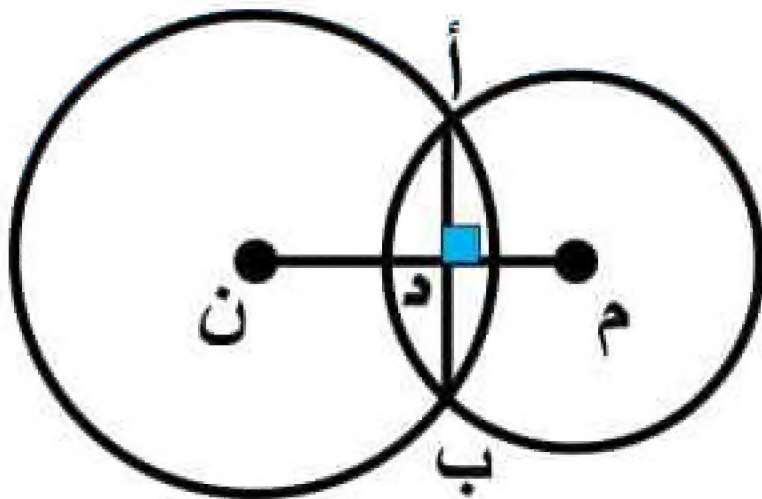
زاوية محيطية
مرسومة في نصف دائرة



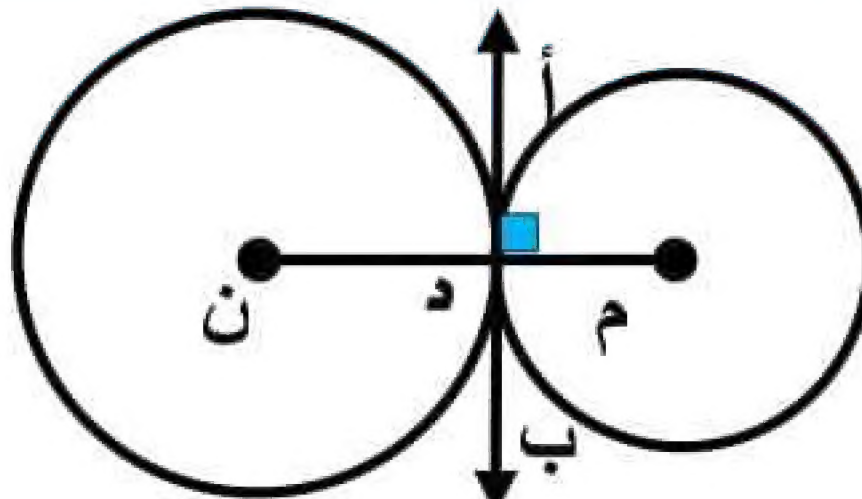
قطعة مارة بالمركز وتنصف الوتر



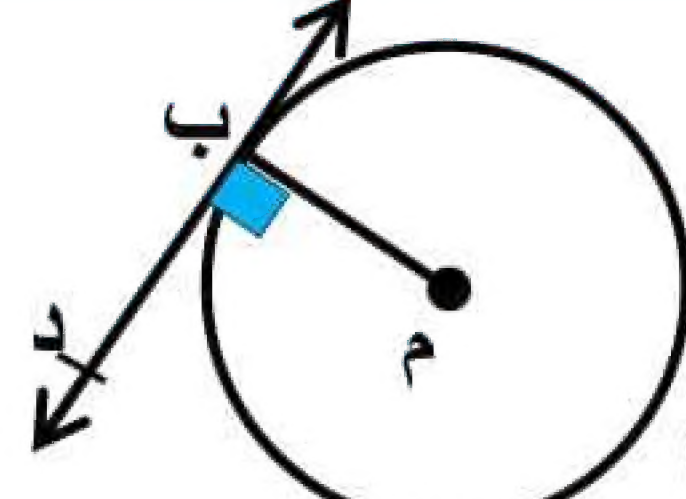
وتر مشترك و خط مركزين
في الدائرتان المتقاطعتان



مماس مشترك و خط مركزين
في الدائرتان المتماستان



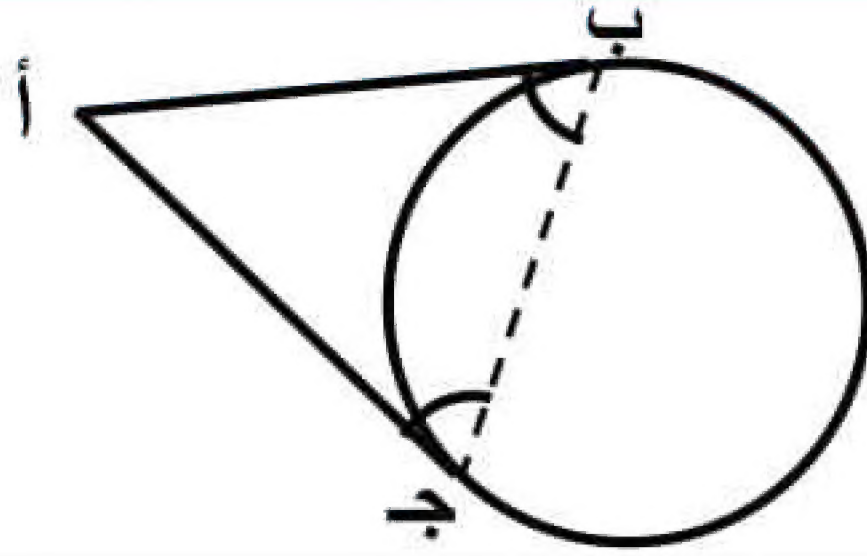
مماس و نصف قطر



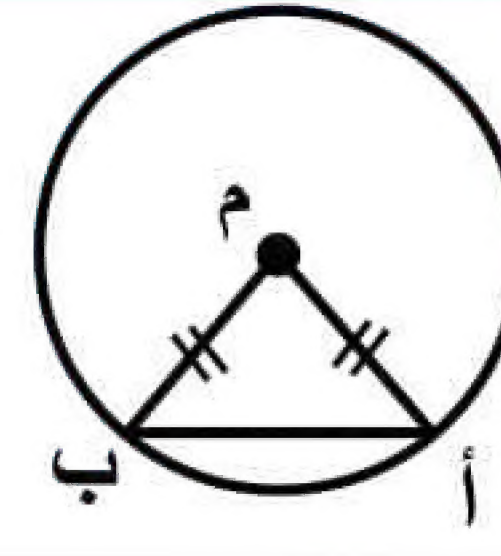
خلاصة المثلث المتساوي الساقين

يكون المثلث متساوي الساقين إذا كان :

ضلعيه قطعتان مماستان



ضلعيه أنصاف أقطار



طول القوس

$$\text{طول القوس} = \frac{\text{قياس القوس}}{360} \times 2\pi \text{ نق}$$

◆ قياس الدائرة = 360°

◆ قياس نصف الدائرة = 180°

◆ قياس ربع الدائرة = 90°

◆ قياس خمس الدائرة = $\frac{360}{5} = 72^\circ$ وهكذا

◆ $\frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{طول الدائرة}}$

◆ طول الدائرة = محيط الدائرة = $2\pi \text{ نق}$

ملاحظات

١ إذا كان المثلث حاد الزوايا فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع داخل المثلث

إذا كان المثلث قائم الزاوية فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع في منتصف وتر المثلث

إذا كان المثلث منفرج الزاوية فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع خارج المثلث

٢ عدد محاور تماثل الدائرة: عدد لا نهائي

عدد محاور تماثل نصف الدائرة: محور واحد ، عدد محاور تماثل ربع الدائرة: محور واحد وهكذا

٣ إذا كان م ، ن دائرتان متقاطعتان فإن م ن $\in [\text{نق} - \text{نق} , \text{نق} + \text{نق}]$

إذا كان م ، ن دائرتان متباعدتان فإن م ن $\in [\text{نق} + \text{نق} , \infty]$

٤ الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر من نصف الدائرة تكون حادة

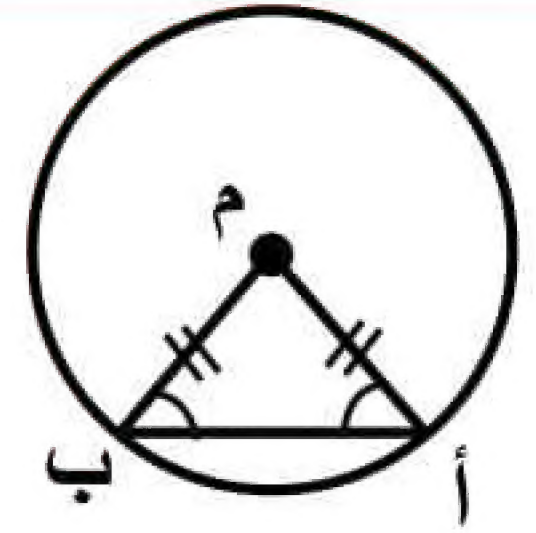
الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أكبر من نصف الدائرة تكون منفرجة

تنبيه: لا يُسمح لأي شخص حذف اسم محمود عوض من على الملزمة ومن يفعل فأمره موكل إلى الله جل جلاله
(ولكن يُسمح بحذف رقم التليفون فقط)

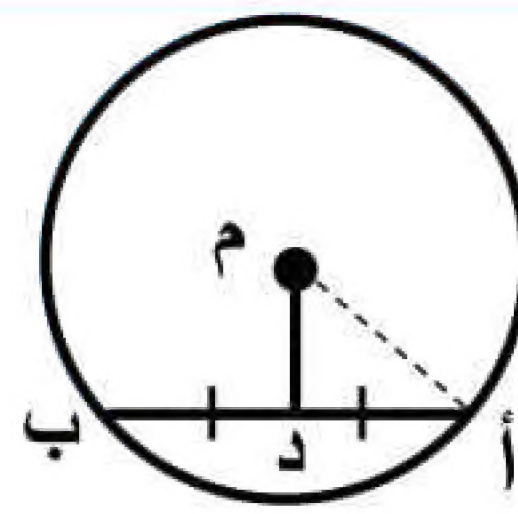
مفاتيح الهندسة

٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩

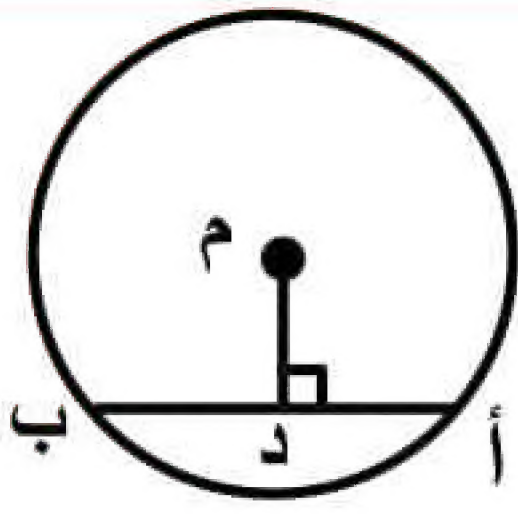
إعداد أ/ محمود عوض



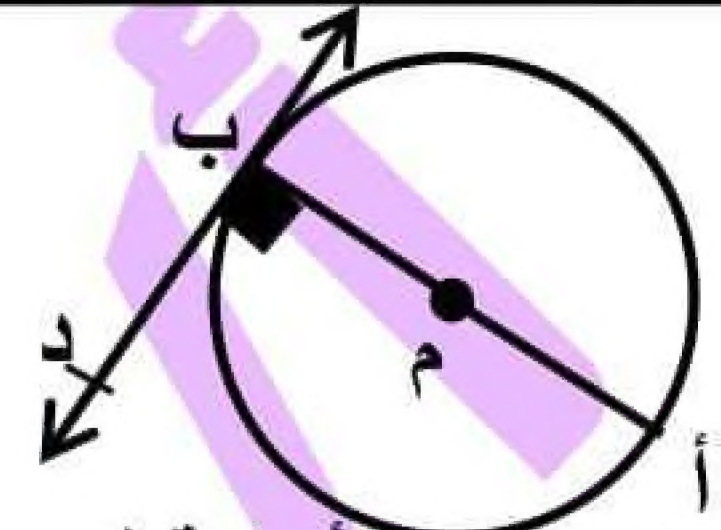
١
 $\therefore \text{م أ} = \text{م ب}$ (لأنهما أنصاف أقطار)
 $\therefore \triangle \text{م أ ب}$ متساوي الساقين
 أي أن: $\text{ق (أ)} = \text{ق (ب)}$



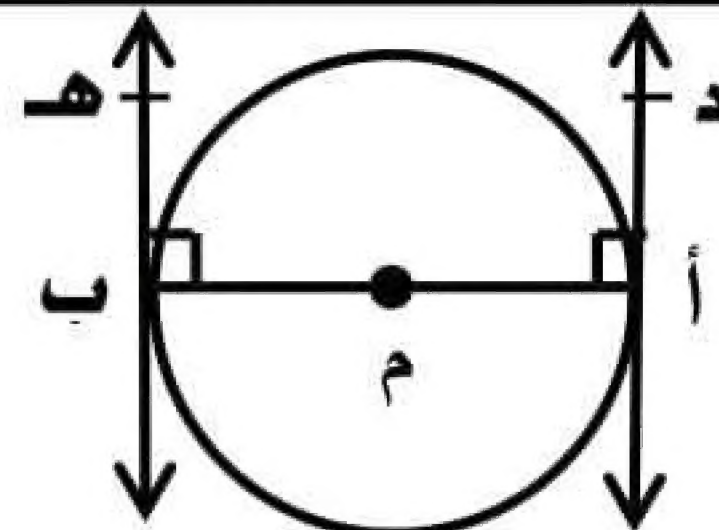
٢
 $\therefore \text{د منتصف الوتر أ ب}$
 $\therefore \text{م د} \perp \text{أ ب}$
 $\therefore \triangle \text{م أ د قائم}$ (يمكن تطبيق



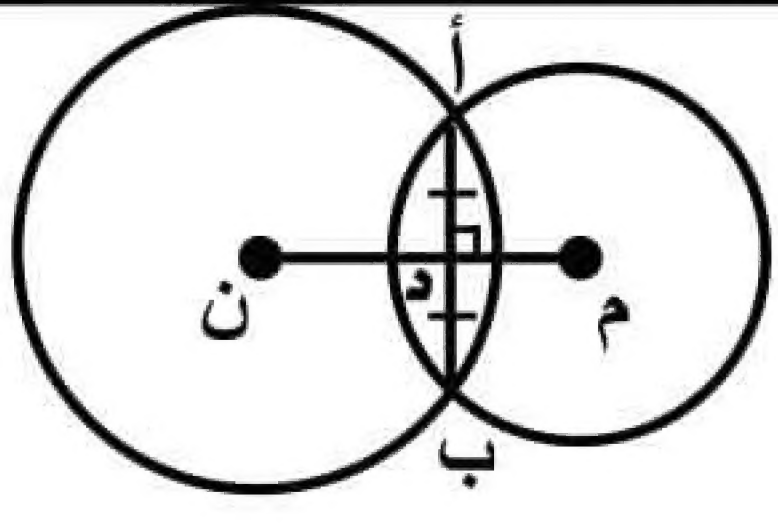
٣
 $\therefore \text{م د} \perp \text{أ ب}$
 $\therefore \text{د منتصف أ ب}$
 $\therefore \text{أ د} = \text{د ب}$
 فإذا كان $\text{أ ب} = ٨ \text{ سم}$ فإن $\text{أ د} = ٤ \text{ سم}$



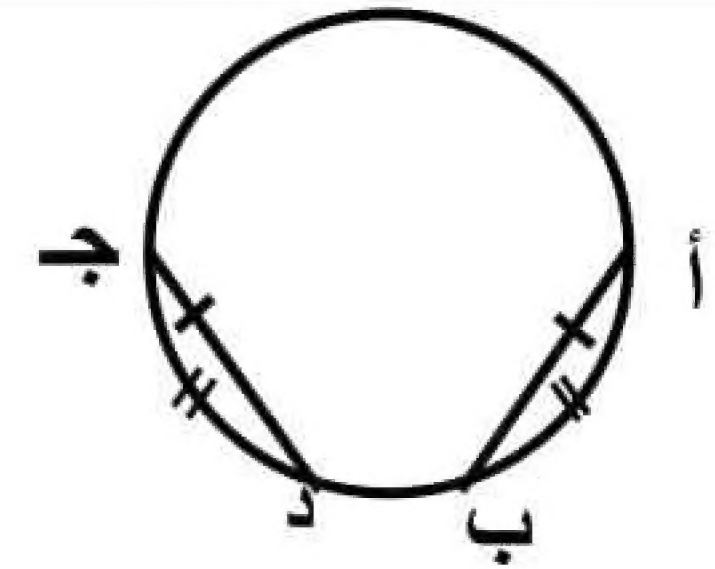
٤
 $\therefore \text{ب د مماس}$ ، أ ب قطر
 $\therefore \text{ب د} \perp \text{أ ب}$ (المماس \perp القطر)
 والعكس: إذا كانت $\text{ق (م ب د)} = ٩٠^\circ$
 $\therefore \text{ب د مماس}$ حيث ب نقطة التماس



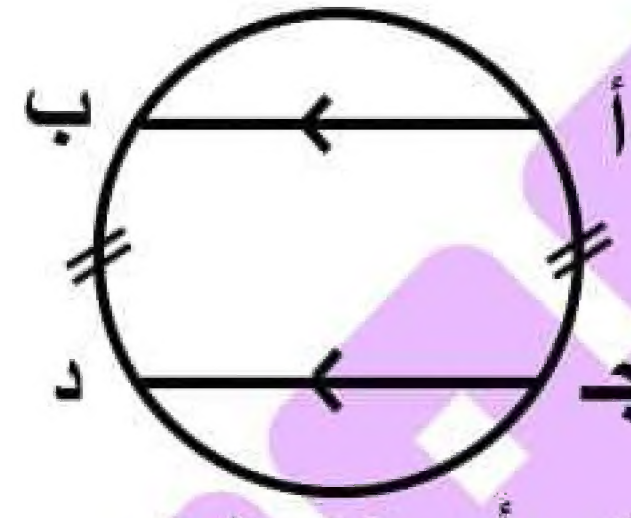
٥
 $\therefore \text{د أ}$ ، ه ب مماسان ، أ ب قطر
 $\therefore \text{د أ} \parallel \text{ه ب}$
 ومتناسخ ان المماس \perp نصف القطر



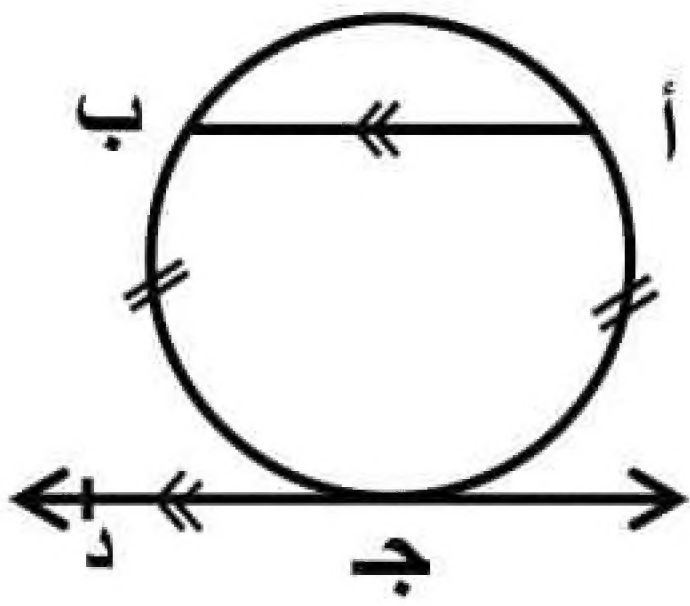
٦
 $\therefore \text{أ ب وتر مشترك}$ ، م ن خط المركزين
 $\therefore \text{م ن} \perp \text{أ ب}$ ، م ن ينصف أ ب
 خط المركزين هو محور تماثل الوتر المشترك



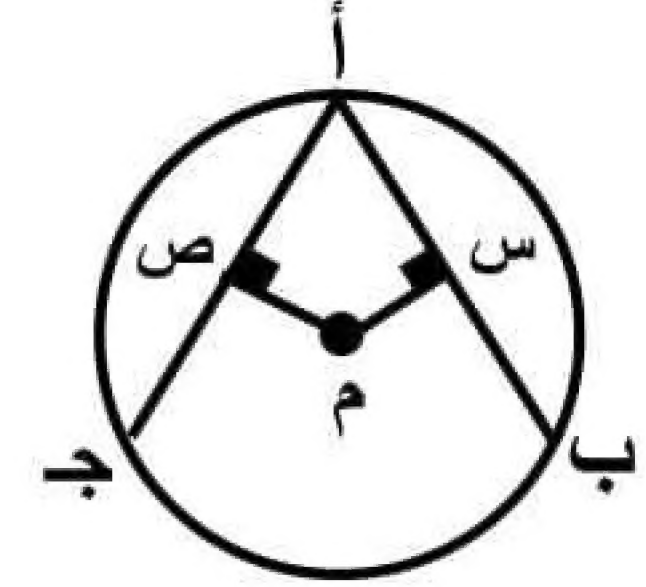
٧
 $\therefore \text{ق (أ ب)} = \text{ق (ج د)}$ الأقواس متساوية
 $\therefore \text{أ ب} = \text{ج د}$ الأوتار متساوية
 والعكس صحيح



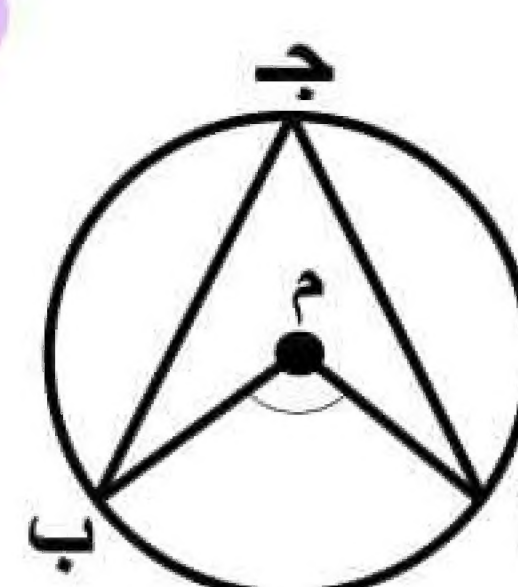
٨
 $\therefore \text{الوتر أ ب} \parallel \text{الوتر ج د}$
 $\therefore \text{ق (أ ج)} = \text{ق (ب د)}$



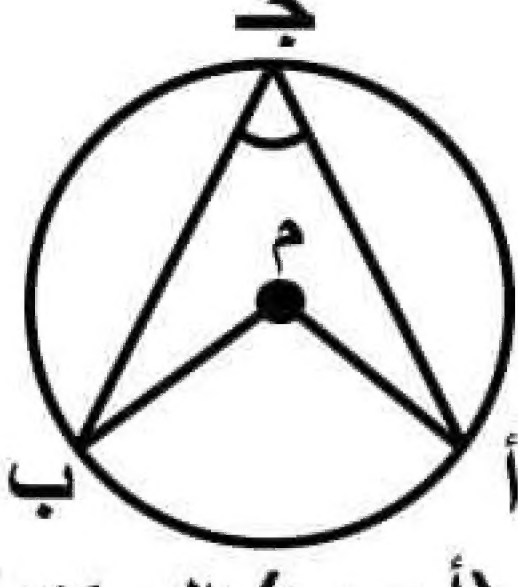
٩
 $\therefore \text{الوتر أ ب} \parallel \text{المماس ج د}$
 $\therefore \text{ق (أ ج)} = \text{ق (ب د)}$



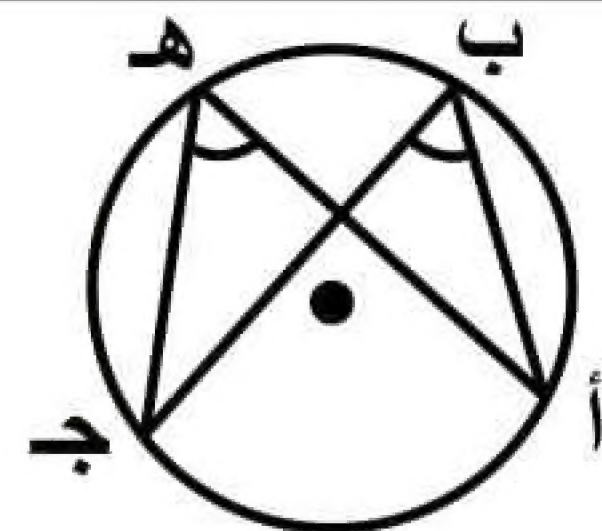
١٠
 $\therefore \text{أ ب} = \text{أ ج}$ (الأوتار متساوية)
 $\therefore \text{م س} = \text{م ص}$ (الأبعاد متساوية)
 والعكس صحيح



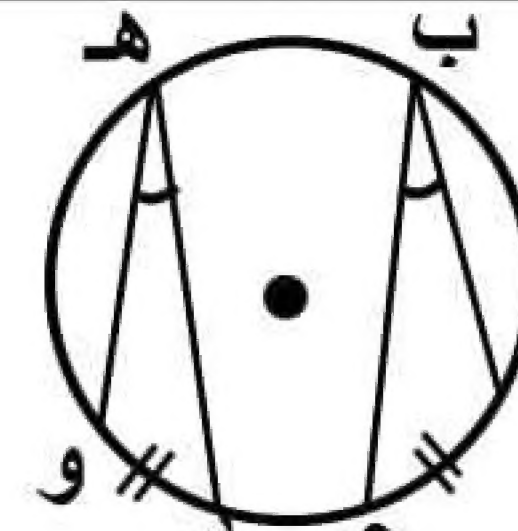
١١
 $\text{ق (أ ب)} = \text{ق (أ م ب)}$ المركزية
 $\text{ق (أ ب)} = ٢ \text{ ق (أ ج ب)}$ المحيطية



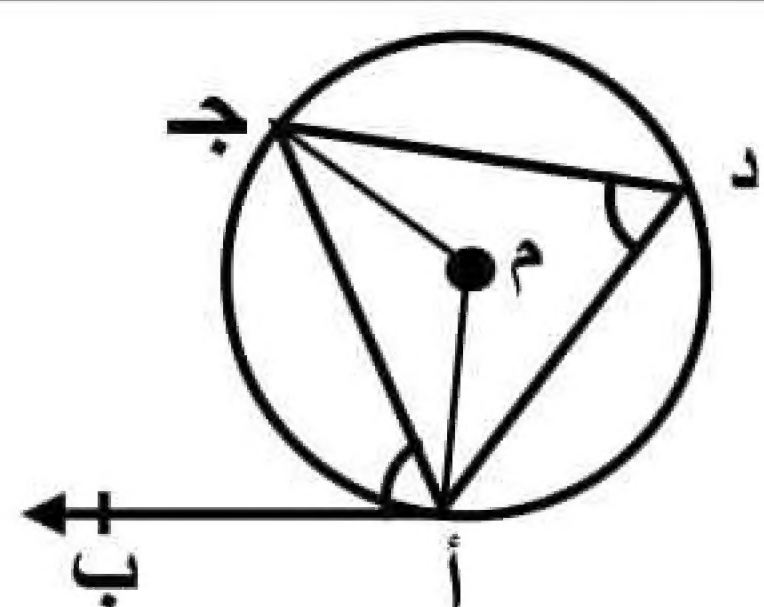
١٢
 ق (ج ب) المحيطية $= \frac{1}{٢} \text{ ق (أ م ب)}$ المركزية
 $\text{ق (ج ب)} = \frac{1}{٢} \text{ ق (أ ب)}$



١٣
 $\text{ق (ب)} = \text{ق (ه)}$
 محيطيتان مشتركتان في القوس أ ج
 كذلك: $\text{ق (أ)} = \text{ق (ج)}$

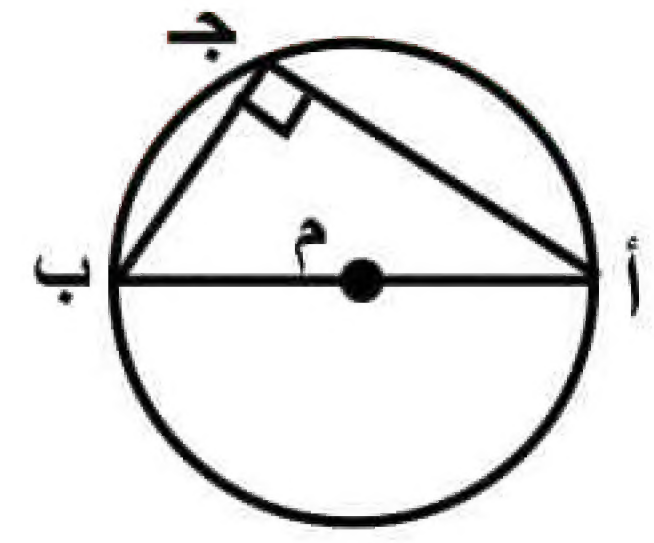


١٤
 $\therefore \text{ق (أ ج)} = \text{ق (د و)}$
 $\therefore \text{ق (ب)} = \text{ق (ه)}$
 محيطيتان أقواسهم متساوية (والعكس صحيح)



١٥
 ق (ج أ ب) المماسية $= \text{ق (د)}$ المحيطية
 $= \frac{1}{٢} \text{ ق (م)}$ المركزية
 المركزية ضعف المماسية وضعف المحيطية

١٦

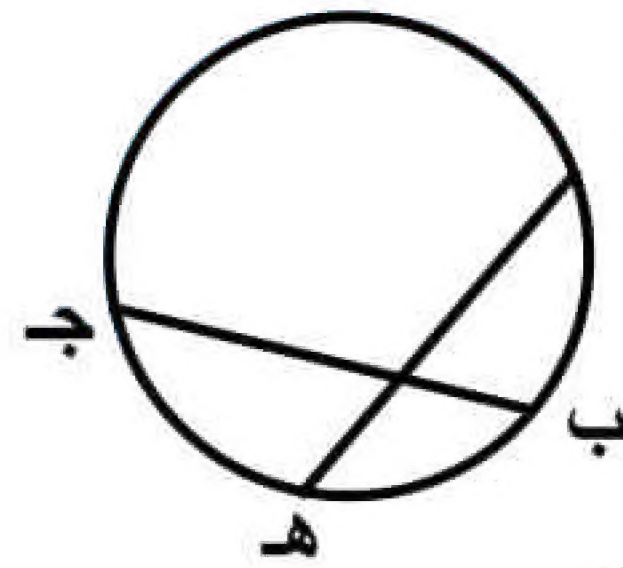


∴ AB قطر

∴ ق (أ ب ج) = ٩٠

محيطية مرسومة في نصف دائرة

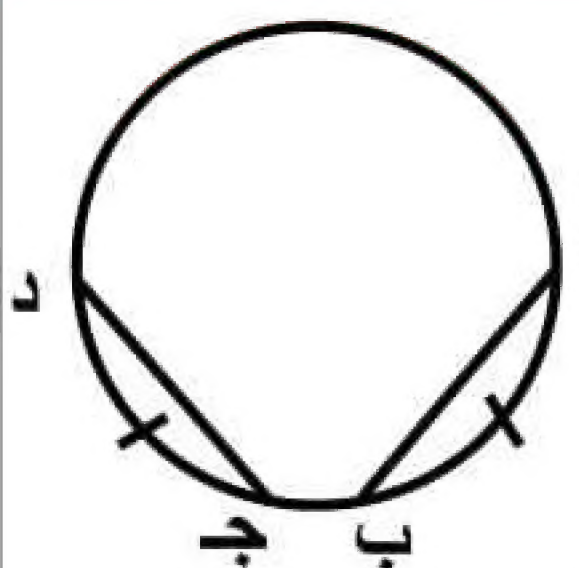
١٧



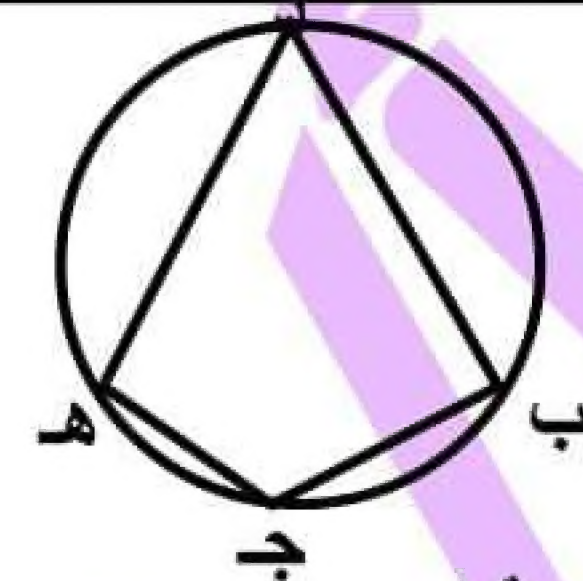
ق (أ ب هـ) = ق (أ ب) + ق (ب هـ)

ق (ب هـ ج) = ق (ج هـ) + ق (ب هـ)
لاحظ أن : القوس ب هـ مشترك بينهما

١٨

الأقواس المتساوية في الطول
متساوية في القياس
والعكس∴ طول أ ب = طول ج د
∴ ق (أ ب) = ق (ج د)طول القوس = قياس القوس $\times \frac{2\pi}{360}$

١٩

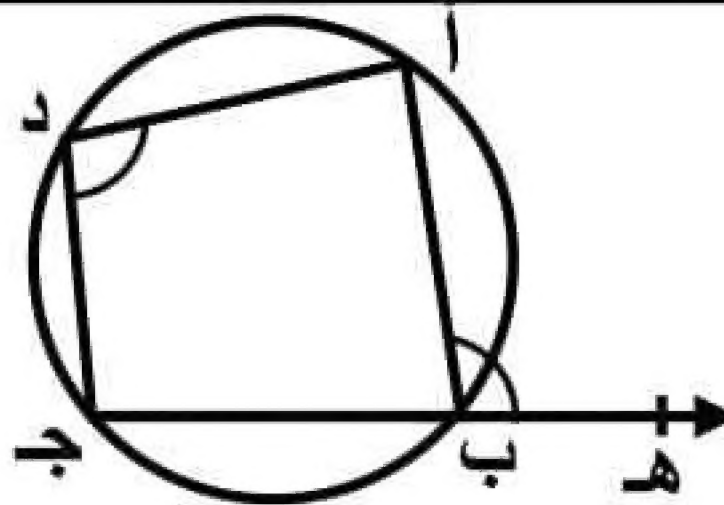
∴ الشكل د ب ج هـ
رباعي دائري

∴ ق (د) + ق (ج) = ١٨٠

ق (أ) + ق (هـ) = ١٨٠

كل زاويتان متقابلتان مجموعهما = ١٨٠

٢٠

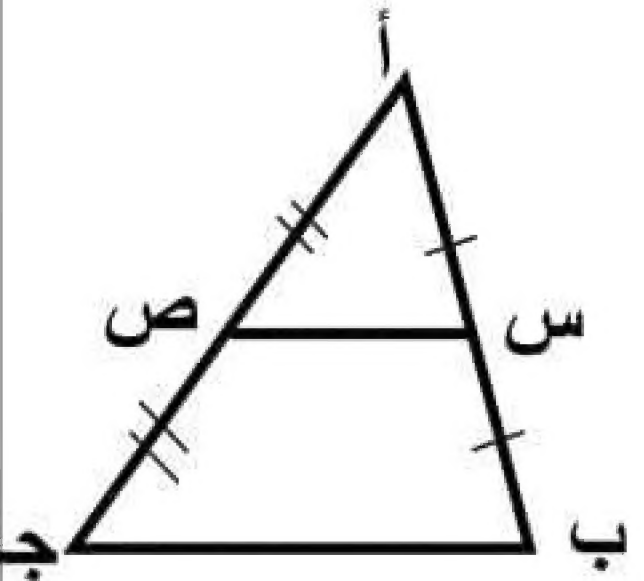


∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري

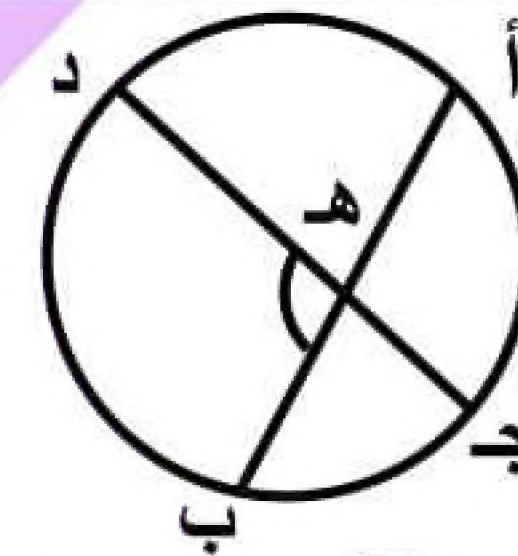
∴ ق (أ ب هـ) الخارجة = ق (د)

الزاوية الخارجة = المقابلة للمجاورة

٢١

∴ س منتصف أ ب ،
ص منتصف أ ج
∴ س ص // ب ج، س ص = $\frac{1}{2}$ ب ج

٢٢



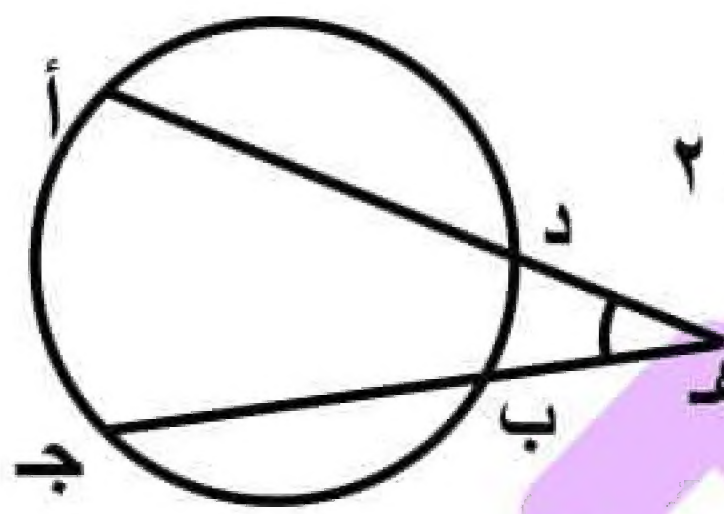
تعريف مشهور ١

ق (د هـ ب) = $\frac{1}{2}$ [ق (أ ج) + ق (د ب)]

ق (أ ج) = ٢ ق (د هـ ب) - ق (د ب)

ق (د ب) = ٢ ق (د هـ ب) - ق (أ ج)

٢٣



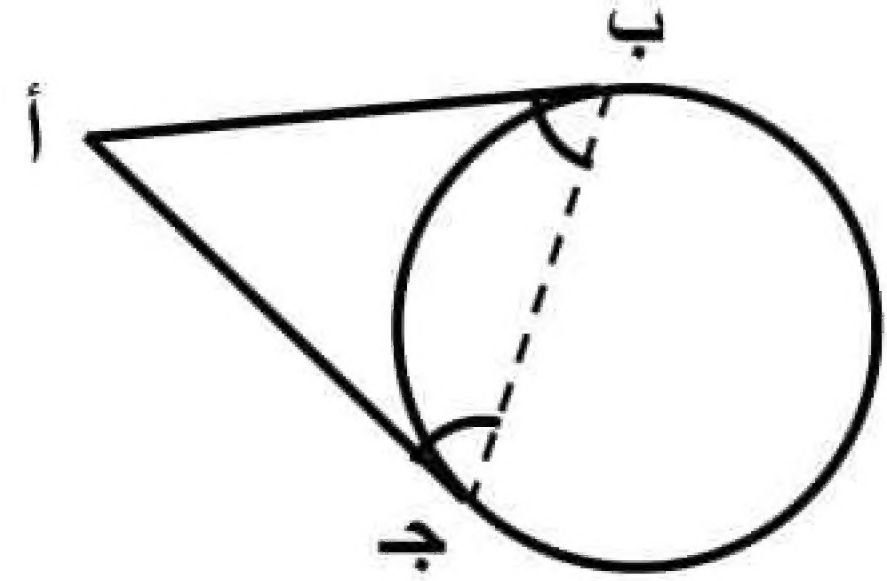
تمرين مشهور ٢

ق (هـ) = $\frac{1}{2}$ [ق (أ ج) - ق (د ب)]

ق (أ ج) = ٢ ق (د ب) + ق (هـ)

ق (د ب) = ٢ ق (هـ) - ق (أ ج)

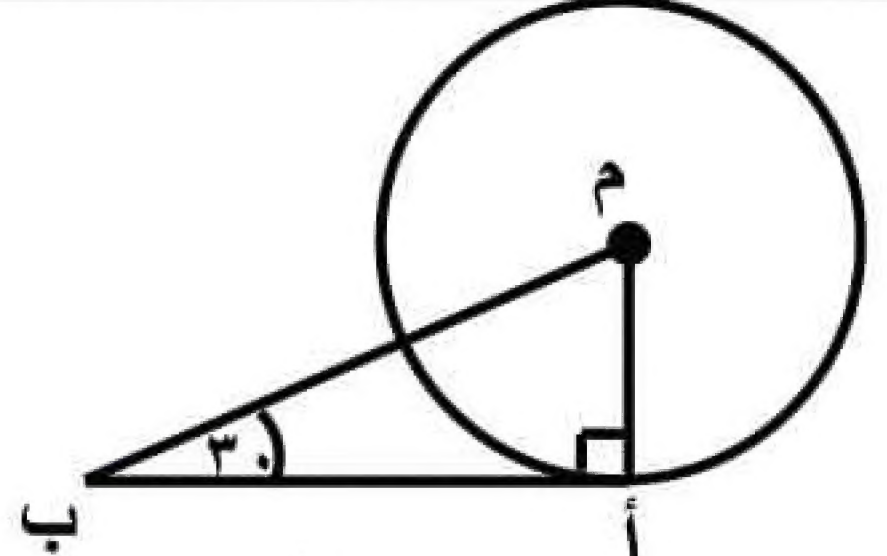
٢٤



∴ أ ب ، أ ج قطعتان مماستان

∴ أ ب = أ ج ، ق (ب) = ق (ج)

٢٥

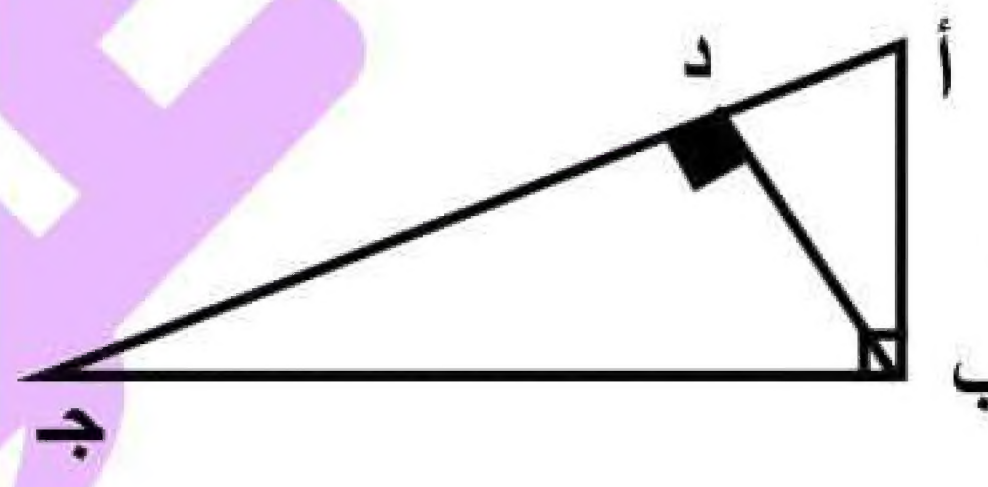


∴ Δ م أ ب قائم ، ق (ب) = ٣٠

∴ م أ = $\frac{1}{2}$ م ب

الضلع المقابل للزاوية ٣٠ = نصف طول الوتر

٢٦



إقليدس

∴ Δ أ ب ج قائم ، ب د ⊥ الوتر أ ج

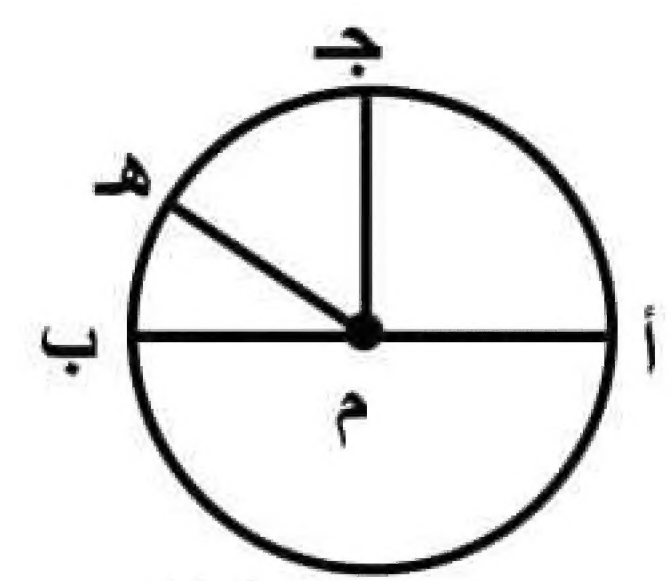
∴ ب د = $\frac{أ ب \times ب ج}{أ ج}$

٢٧

لإثبات أن الشكل رباعي دائري ابحث عن
أحدى الحالات الآتية :

- ١- زاويتان متقابلتان متكاملتان
- ٢- زاوية خارجة تساوي المقابلة للمجاورة
- ٣- زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة
وفي جهة واحدة منها ومتساويتان

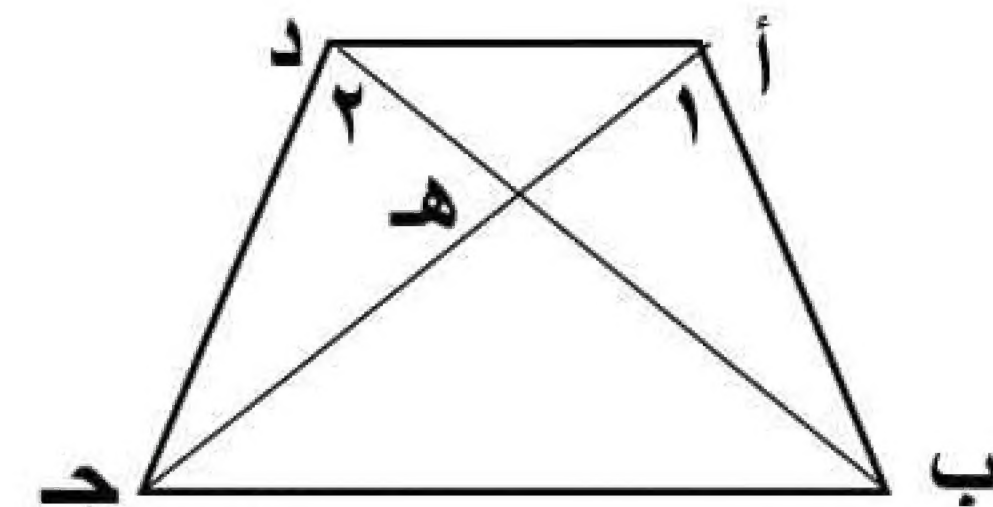
٢٨



∴ أ ب قطر ∴ ق (أ ب ج) = ١٨٠

∴ ق (أ ج) + ق (ج هـ) + ق (هـ ب) = ١٨٠

٢٩

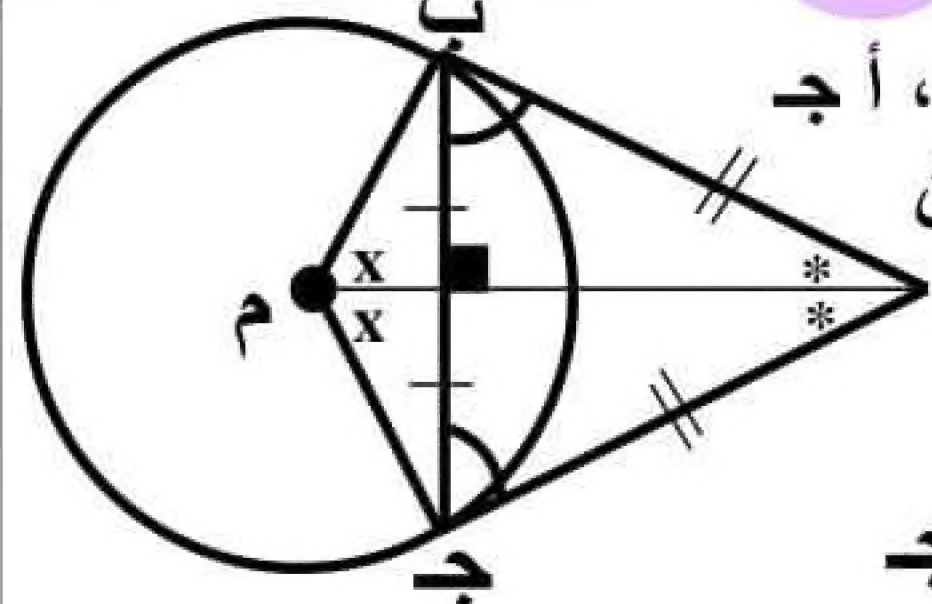


إذا كان ق (١) = ق (٢)

∴ أ ب ج د رباعي دائري

والعكس صحيح

٣٠



∴ أ ب ، أ ج قطعتان مماستان

فإن :

■ أ ب = أ ج

■ ق (أ ب ج) = ق (أ ج ب)

■ أ م ينصف أ وينصف م

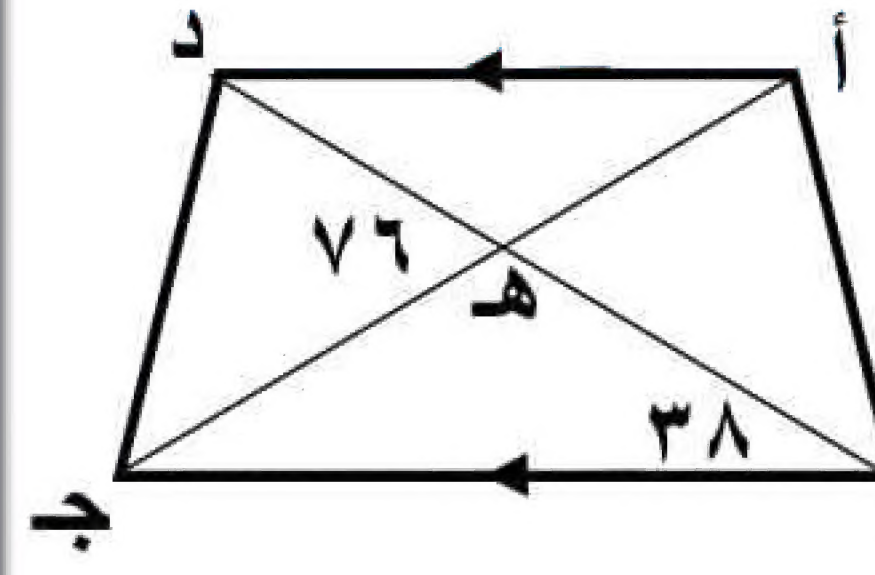
■ أ م ⊥ ب ج

■ أ ب م ج رباعي دائري

٥ في الشكل المقابل:

أ ب ج د شكل رباعي فيه
 $\overline{أد} \parallel \overline{بج}$

اثبت أن



الحل

$$ق (ب ه ج) = 180 - 76 = 104$$

في $\Delta ب ه ج$:

$$ق (ب ج ه) = 180 - (104 + 38) = 38$$

$$\therefore \overline{أد} \parallel \overline{بج}$$

$$\therefore ق (د أ ج) = 38 \text{ بالتبادل}$$

$$\therefore ق (د أ ج) = ق (د ب ج)$$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة د ج

\therefore الشكل أ ب ج د رباعي دائري

٦ في الشكل المقابل:

م س \perp أ ب ، م ص \perp أ ج

$$ق (أ) = 60^\circ$$

$$ق (ب) = 70^\circ$$

أوجد قياسات زوايا $\Delta م س ص$

الحل

$$ق (ج) = 180 - (60 + 70) = 50^\circ$$

$$\therefore م س \perp أ ب \therefore م س \text{ منتصف أ ب}$$

$$\therefore م ص \perp أ ج \therefore م ص \text{ منتصف أ ج}$$

$\therefore م س \parallel ب ج$ (قطعة واصلت بين منتصفى ضلعين)

$$\therefore ق (أ س ص) = 70^\circ ، ق (أ ص س) = 50^\circ \text{ بالتناظر}$$

$$\therefore ق (م س ص) = 90 - 70 = 20^\circ$$

$$، ق (م ص س) = 90 - 50 = 40^\circ$$

في $\Delta م س ص$:

$$ق (س م ص) = 180 - (40 + 20) = 120^\circ$$

٧ في الشكل المقابل:

ج د مماس للدائرة عند ج
 $\overline{ج د} \parallel \overline{أب}$

$$ق (أ م ب) = 120^\circ$$

اثبت أن :

$\Delta ج أ ب$ متساوي الأضلاع

الحل

$$\therefore \overline{ج د} \parallel \overline{أب}$$

$$\therefore ق (د ج ب) = ق (ج ب أ) \text{ بالتبادل}$$

$$\therefore ق (د ج ب) = ق (ج أ ب) \text{ المحيطية}$$

$$\text{من ١، ٢ ينتج أن : } ق (ج ب أ) = ق (ج أ ب)$$

$\therefore \Delta ج أ ب$ متساوي الساقين

$$\therefore ق (م) = 120^\circ \text{ المركزية} \therefore ق (أ ج ب) = 60^\circ$$

$\therefore \Delta ج أ ب$ متساوي الأضلاع

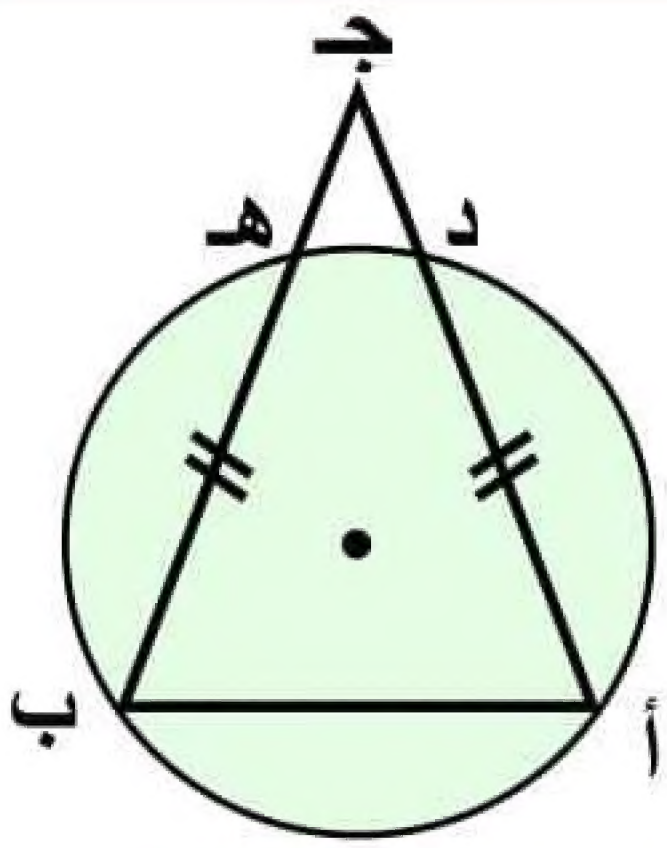
٨ في الشكل المقابل:

أ د ، ب ه وتران متساويان في

الطول في الدائرة

$$\overline{أ د} \cap \overline{ب ه} = \{ ج \}$$

اثبت أن : ج د = ج ه



الحل

$$\therefore أ د = ب ه \therefore ق (أ د) = ق (ب ه)$$

وبإضافة ق (د ه) للطرفين

$$\therefore ق (أ ه) = ق (ب د)$$

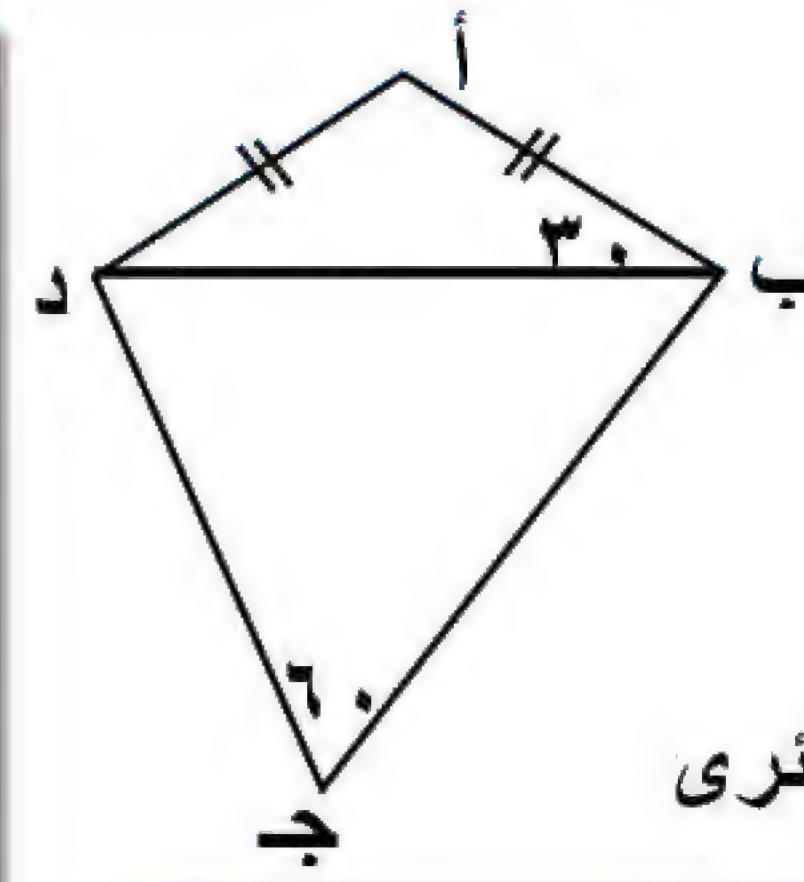
$$\therefore ق (ب) = ق (أ) \therefore ج أ = ج ب$$

في $\Delta ج أ ب$:

$$\therefore ج أ = ج ب ، د أ = د ب$$

بالطرح ينتج أن : ج د = ج ه

٩ في الشكل المقابل:



الحل

∵ $AB = AD$ ∴ $\triangle ABD$ متساوي الساقين

$$\therefore \angle ADB = \angle ABD = 30^\circ$$

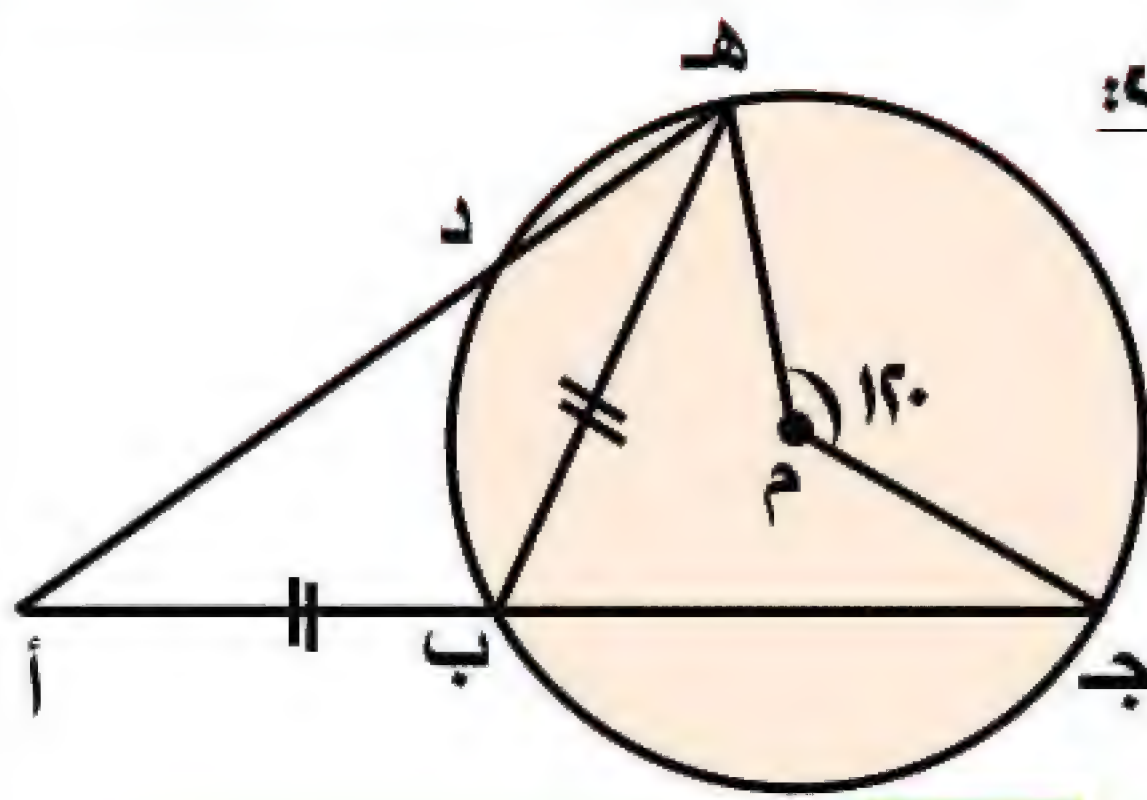
$$\therefore \angle A = 30^\circ = (30^\circ + 30^\circ) - 180^\circ = \angle C$$

$$\therefore \angle A + \angle C = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

وهما زاويتان متقابلتان متكاملتان

∴ الشكل ABCD رباعي دائري

١١ في الشكل المقابل:



الحل

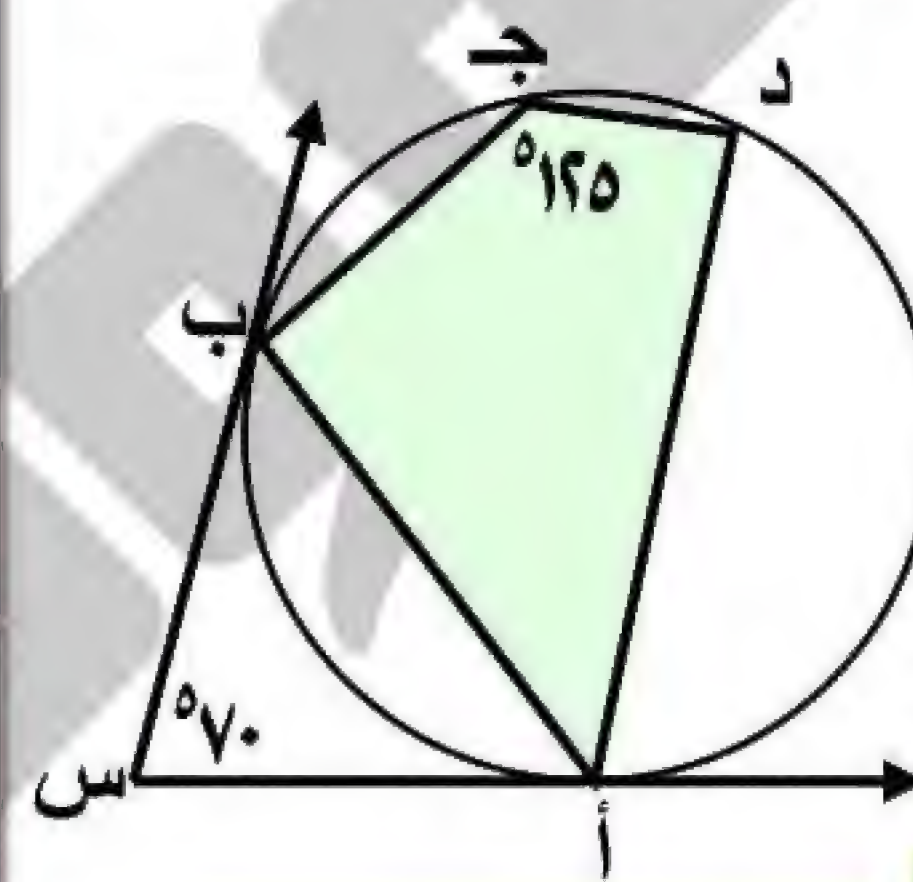
$$\therefore \angle ADB = \angle CDB = \frac{1}{2} \angle AOC = 60^\circ$$

لأنهما مشتركتان في A ∴ $\angle ADB = \angle CDB = 60^\circ$

∵ $AB = CB$ ، هـ ب ج خارجة عن $\triangle ADB$

$$\therefore \angle ADB = \angle CDB = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

١٠ في الشكل المقابل:



الحل

∵ $AB = AD$ رباعي دائري

$$\therefore \angle A + \angle C = 70^\circ + 125^\circ = 195^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle C = 125^\circ - 180^\circ = 45^\circ$$

∴ SA, SB مماستان للدائرة

$$\therefore SA = SB$$

∴ $\triangle SAB$ متساوي الساقين

$$\therefore \angle S = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$$

من ١، ٢ ينتج أن: $\angle ADB = \angle CDB = \angle S$

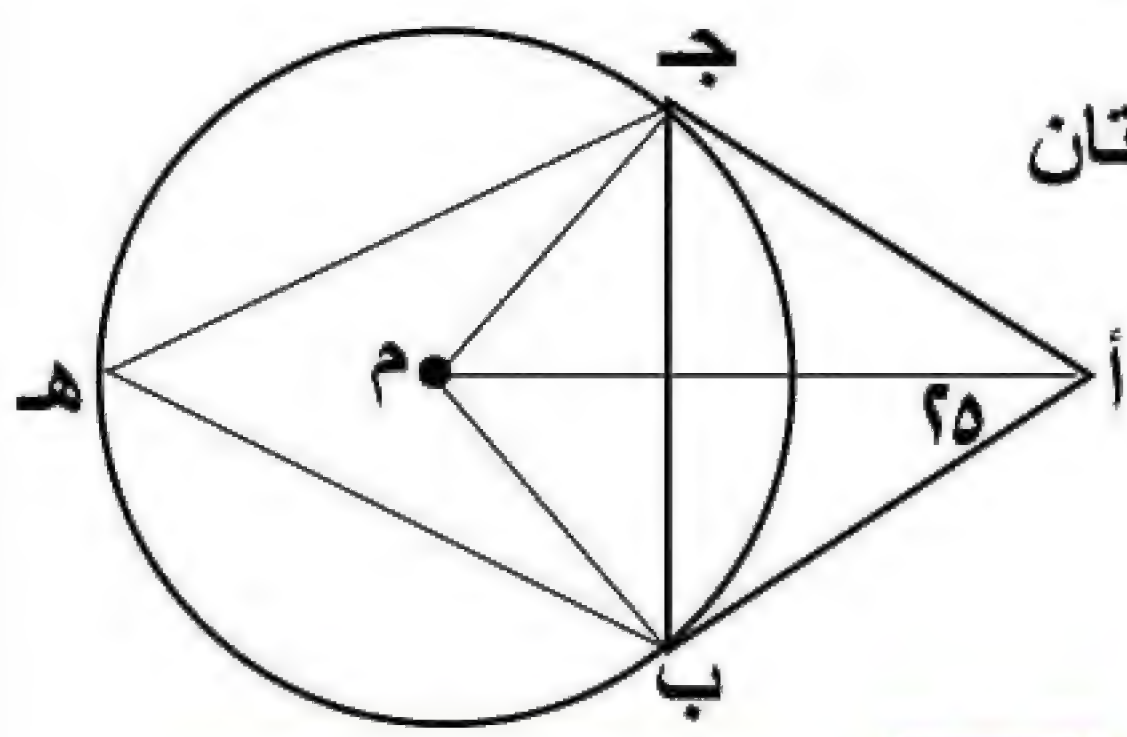
∴ AB ينصف DA المطلوب الأول

$$\therefore \angle ADB = \angle CDB = 55^\circ + 55^\circ = 110^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle C = 70^\circ + 110^\circ = 180^\circ$$

∴ $AD \parallel SB$

١٢ في الشكل المقابل:



الحل

∵ AB, AC مماستان ∴ AM ينصف $\angle A$

$$\therefore \angle A = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$$

$$\text{في } \triangle ABC: \angle C = \frac{50^\circ - 180^\circ}{2} = -65^\circ$$

∴ AB مماسة، M ج نصف قطر ∴ $MB \perp AB$

$$\therefore \angle A = 90^\circ$$

كذلك: AB مماسة، M ب نصف قطر ∴ $MB \perp AB$

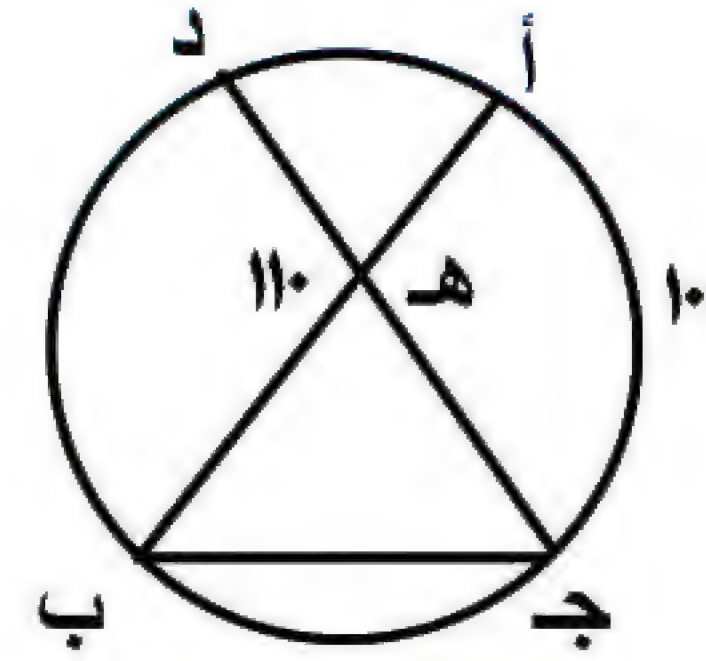
$$\therefore \angle A = 90^\circ$$

في الشكل الرباعي $ABCD$

$$\angle C = 130^\circ = (90^\circ + 90^\circ + 50^\circ) - 360^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle C = 90^\circ + 130^\circ = 220^\circ$$

١٣ في الشكل المقابل:



أب \cap ج د = { هـ }
 ق (د هـ ب) = 110°
 ق (أ ج) = 100°
 أوجد ق (د ج ب)

الحل

من تمرين مشهور:

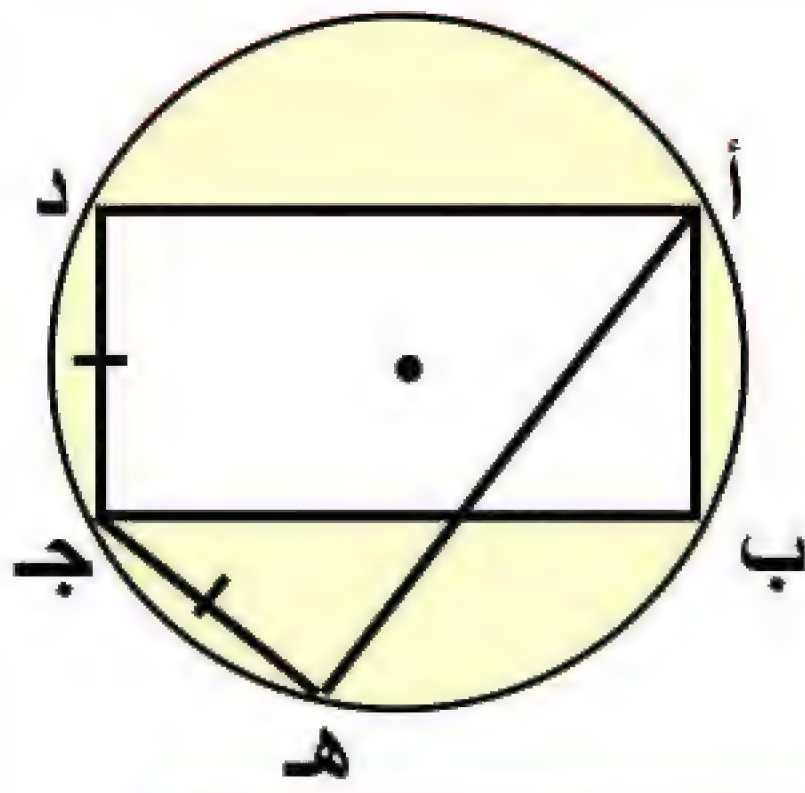
$$ق (د ب) = 2 ق (د هـ ب) - ق (أ ج)$$

$$120 = 100 - 110 \times 2 =$$

$$\therefore ق (د ج ب) = المحيطية = \frac{1}{2} ق (د ب)$$

$$\therefore ق (د ج ب) = \frac{120}{2} = 60^\circ$$

١٥ في الشكل المقابل:



أ ب ج د مستطيل مرسوم داخل
 دائرة
 ج هـ = ج د
 أثبت أن : أ هـ = ب ج

الحل

خواص المستطيل

$$\therefore أ ب = ج د$$

$$هـ ج = د ج \text{ (معطى)}$$

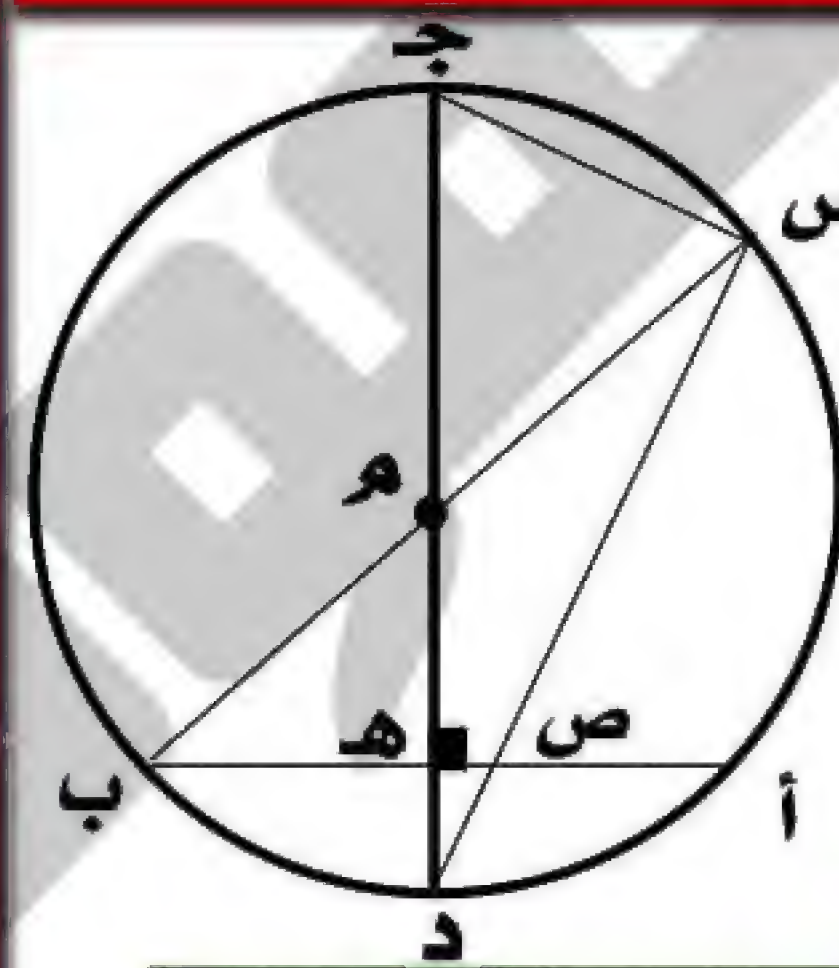
$$\therefore ق (أ ب) = ق (هـ ج)$$

بإضافة ق (ب هـ) للطرفين

$$\therefore ق (أ هـ) = ق (ب ج)$$

$$\therefore أ هـ = ب ج \text{ هـ ط ث}$$

١٤ في الشكل المقابل:

ج د قطر \perp أ ب

اثبت أن :

١- س ص هـ ج رباعي دائري

٢- ق (د ص ب) = ق (د ب س)

الحل

$$\therefore ج د \perp أ ب \therefore ق (ج هـ ص) = 90^\circ$$

$$\therefore ق (ج س د) = 90^\circ \text{ محيطية مرسومة في نصف دائرة}$$

$$\therefore ق (ج هـ ص) + ق (ج س د) = 180^\circ \text{ (متقابلتان متكاملتان)}$$

المطلوب الأول \therefore س ص هـ ج رباعي دائري

$$\therefore ق (د ص ب) = ق (ج) \text{ (١)}$$

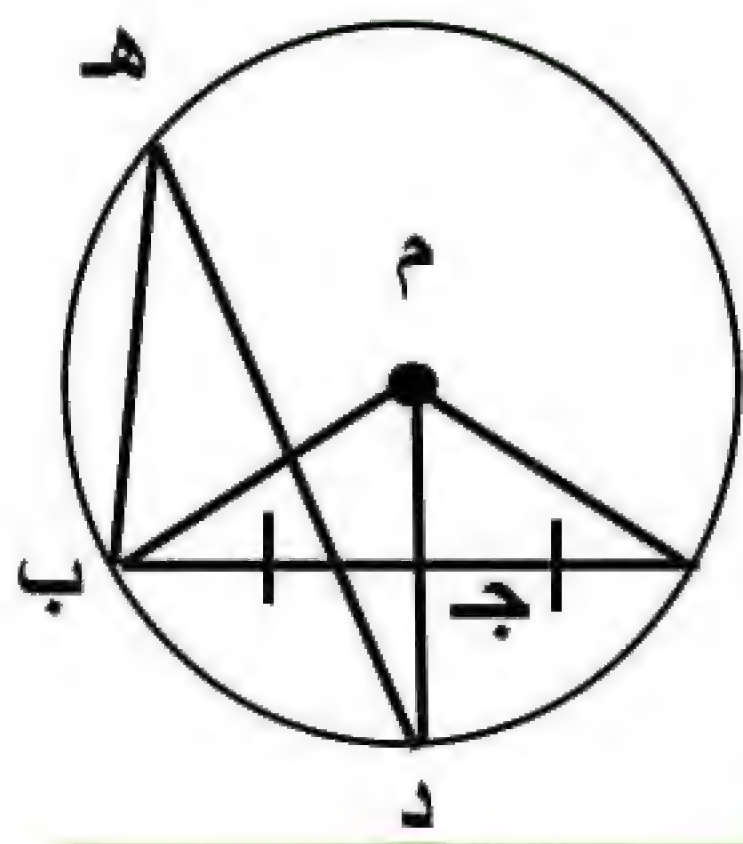
لأن قياس الزاوية الخارجة = قياس المقابلة للمجاورة

$$\therefore ق (د ب س) = ق (ج) \text{ (٢)}$$

لأنهما محيطيتان مشتركتان في س د

من ١، ٢ ينتج أن : ق (د ص ب) = ق (د ب س)

١٦ في الشكل المقابل:



ج منتصف أ ب

$$ق (م أ ب) = 20^\circ$$

أوجد : ق (ب هـ د) ، ق (أ د ب)

الحل

$\therefore م أ = م ب$ أنصاف أقطار

$$\therefore \Delta م أ ب \text{ متساوي الساقين } \therefore ق (م ب أ) = 20^\circ$$

$$\therefore ج منتصف أ ب \therefore م ج \perp أ ب \therefore ق (م ج ب) = 90^\circ$$

$$\text{في } \Delta م ج ب : ق (ج م ب) = 180 - (20 + 90) = 70^\circ$$

$$\therefore ق (ب هـ د) = \frac{1}{2} ق (د م ب)$$

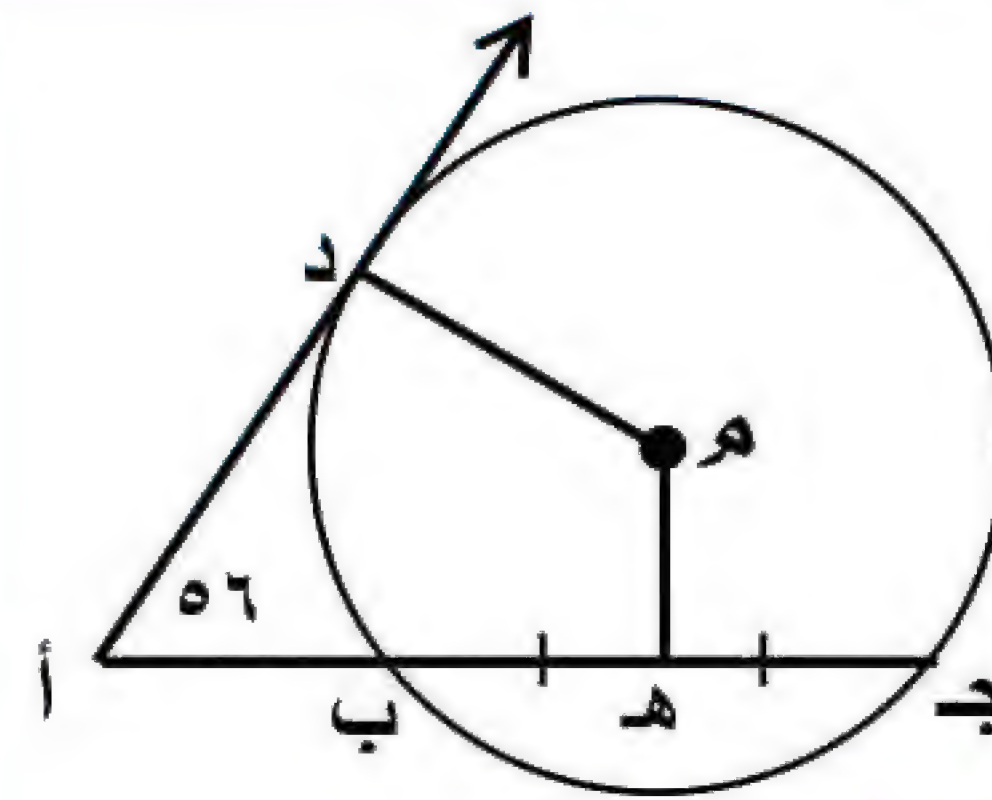
محيطية ومركزية مشتركتان في أ ب

$$\therefore ق (ب هـ د) = 35^\circ \text{ المطلوب الأول}$$

$$\text{في } \Delta م أ ب : ق (أ م ب) = 180 - (20 + 20) = 140^\circ$$

$$\therefore ق (أ د ب) = ق (أ م ب) \text{ المركزية} = 140^\circ$$

١٧ في الشكل المقابل:



أ د مماس للدائرة عند د
هـ منتصف ب ج
ق (أ) = 56°
أوجد ق (د م هـ)

الحل

∴ أ د مماس ، م د نصف قطر ∴ م د ⊥ أ د

∴ ق (م د أ) = 90°

∴ هـ منتصف ج ب ∴ م هـ ⊥ ج ب

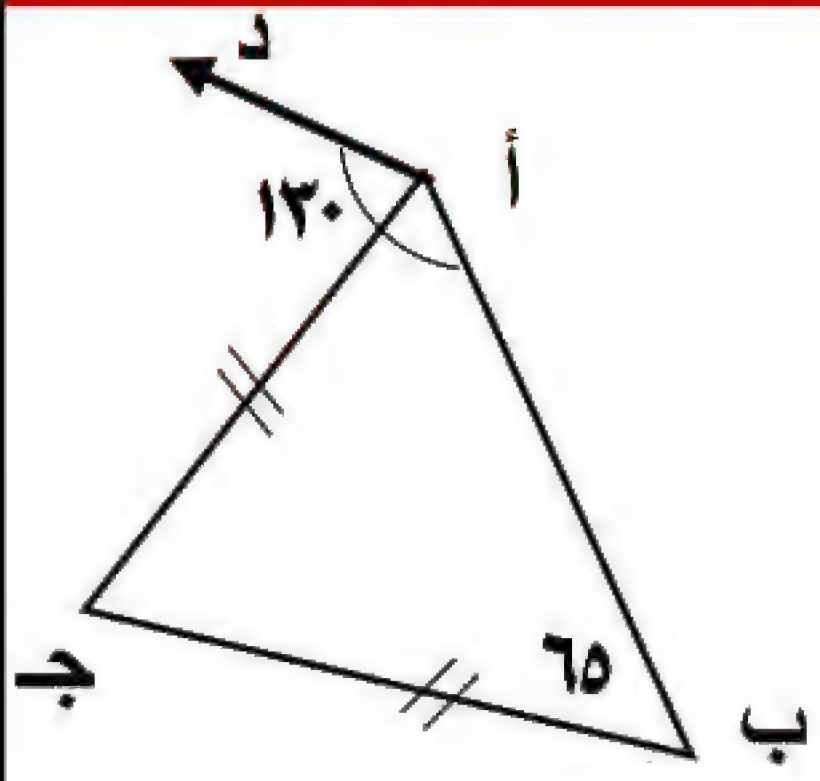
∴ ق (م هـ ب) = 90°

∴ مجموع قياسات الشكل الرباعي م هـ أ د = 360°

∴ ق (د م هـ) = $(90 + 90 + 56) - 360$

= $236 - 360 = 124^\circ$

١٩ في الشكل المقابل:



ج أ = ج ب
ق (ب أ د) = 130°
ق (ب) = 65°
اثبت أن:
أ د مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ج

الحل

∴ ج أ = ج ب

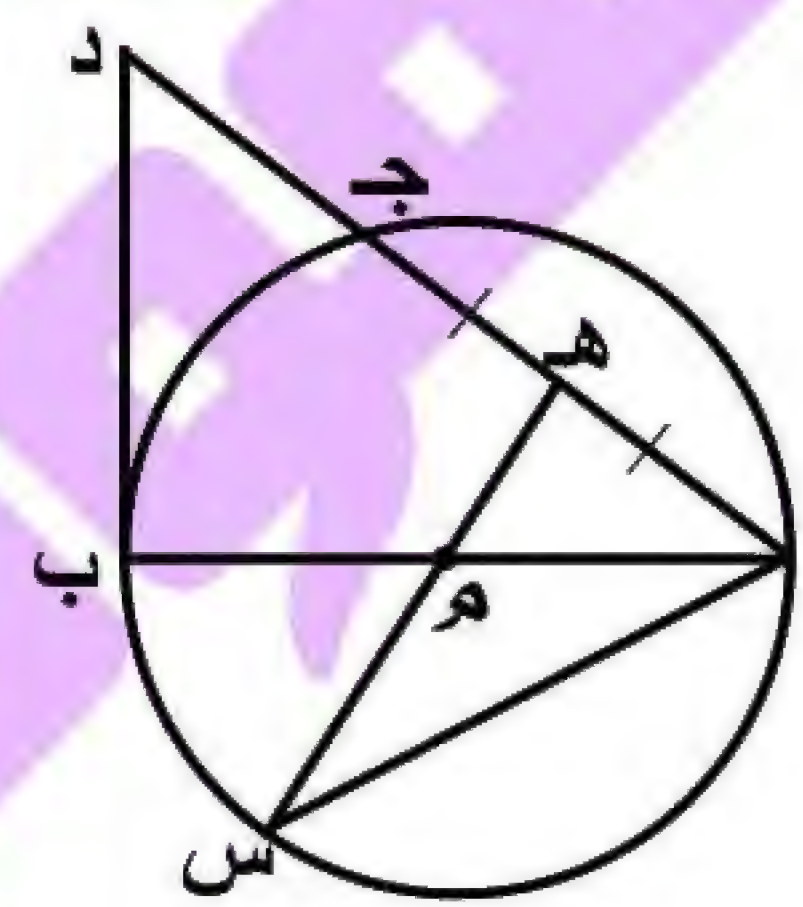
∴ ق (ج أ ب) = ق (ب) = 65°

∴ ق (د أ ج) = $65 - 130 = 65^\circ$

∴ ق (د أ ج) = ق (ب)

∴ أ د مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ج

١٨ في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م
هـ منتصف أ ج ، د ب مماس
اثبت أن:
(١) م ب د هـ رباعي دائري
(٢) ق (ب أ س) = $\frac{1}{4}$ ق (د)

الحل

∴ د ب مماس ∴ د ب ⊥ أ ب

∴ ق (ب) = 90° ← ١

∴ هـ منتصف أ ج ∴ م هـ ⊥ أ ج

∴ ق (م هـ د) = 90° ← ٢

من ١ ، ٢ ينتج أن: ق (ب) + ق (م هـ د) = 180°

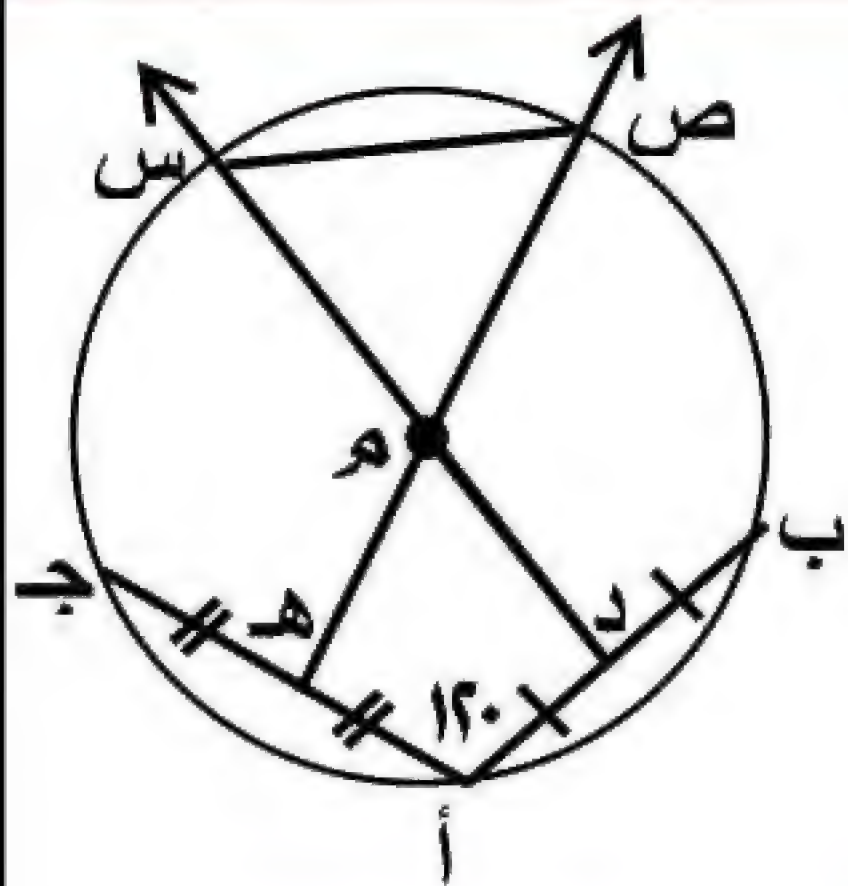
∴ الشكل م ب د هـ رباعي دائري

∴ ق (د) = ق (ب م س) الخارجة ← ٣

∴ ق (ب أ س) المحيطية = $\frac{1}{4}$ ق (ب م س) المركزية ← ٤

من ٣ ، ٤ : ∴ ق (ب أ س) = $\frac{1}{4}$ ق (د)

٢٠ في الشكل المقابل:



د ، هـ منتصف أ ب ، أ ج
على الترتيب
ق (أ) = 120°
اثبت أن:
Δ س ص م متساوي الأضلاع

الحل

∴ د منتصف أ ب ∴ م د ⊥ أ ب

∴ ق (م د أ) = 90°

∴ هـ منتصف أ ج ∴ م هـ ⊥ أ ج

∴ ق (م هـ أ) = 90°

∴ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = 360°

∴ ق (د م هـ) = $(120 + 90 + 90) - 360 = 60^\circ$

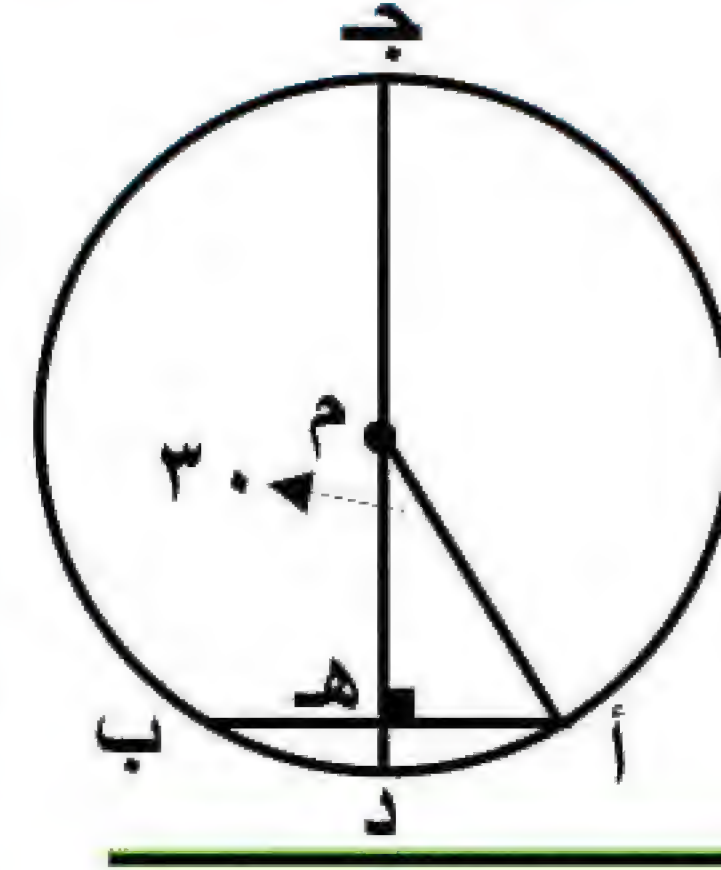
∴ ق (ص م س) = 60° بالتقابل بالرأس

∴ م ص = م س (أنصاف أقطار)

∴ ق (م ص س) = ق (م س ص) = 60°

∴ Δ س ص م متساوي الأضلاع (جميع زواياه 60°)

٢١) في الشكل المقابل:



الحل

جد قطر في الدائرة م
 $MH \perp AB$
 ق (أ م هـ) = 30°
 $AB = 10$ سم
 أوجد طول ج د ، م هـ

$MH \perp AB$ \therefore هـ منتصف أ ب $\therefore AH = 5$ سم

ق (أ م هـ) = 30° $\therefore AH = \frac{1}{2} AM$ $\therefore AM = 10$ سم

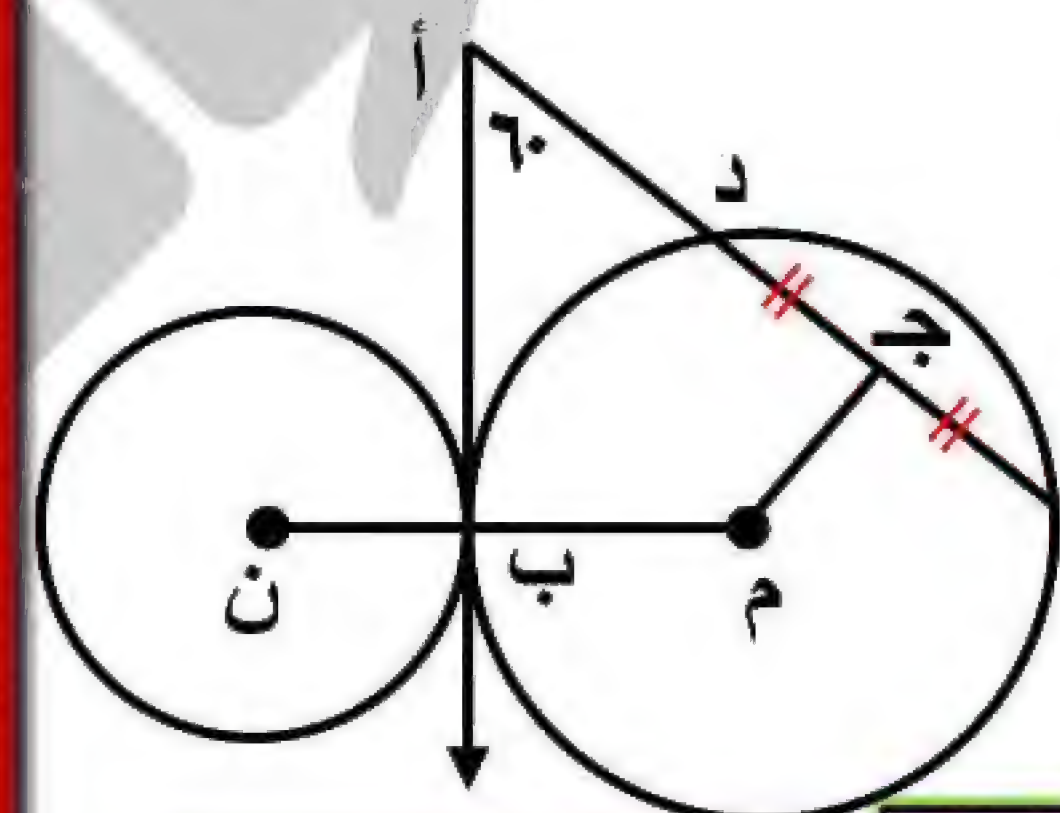
\therefore القطر ج د = $2 \times 10 = 20$ سم المطلوب الأول

في Δ م هـ أ من فيثاغورث:

$$(MH)^2 = (AM)^2 - (AH)^2 = 100 - 25 = 75$$

$$\therefore MH = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ سم}$$

٢٢) في الشكل المقابل:



الحل

م ، ن دائرتان متماستان
 ج منتصف د هـ
 ق (أ) = 60°
 أوجد ق (ج م ب)

\therefore ج منتصف د هـ \therefore م ج \perp د هـ

\therefore ق (أ ج م) = 90°

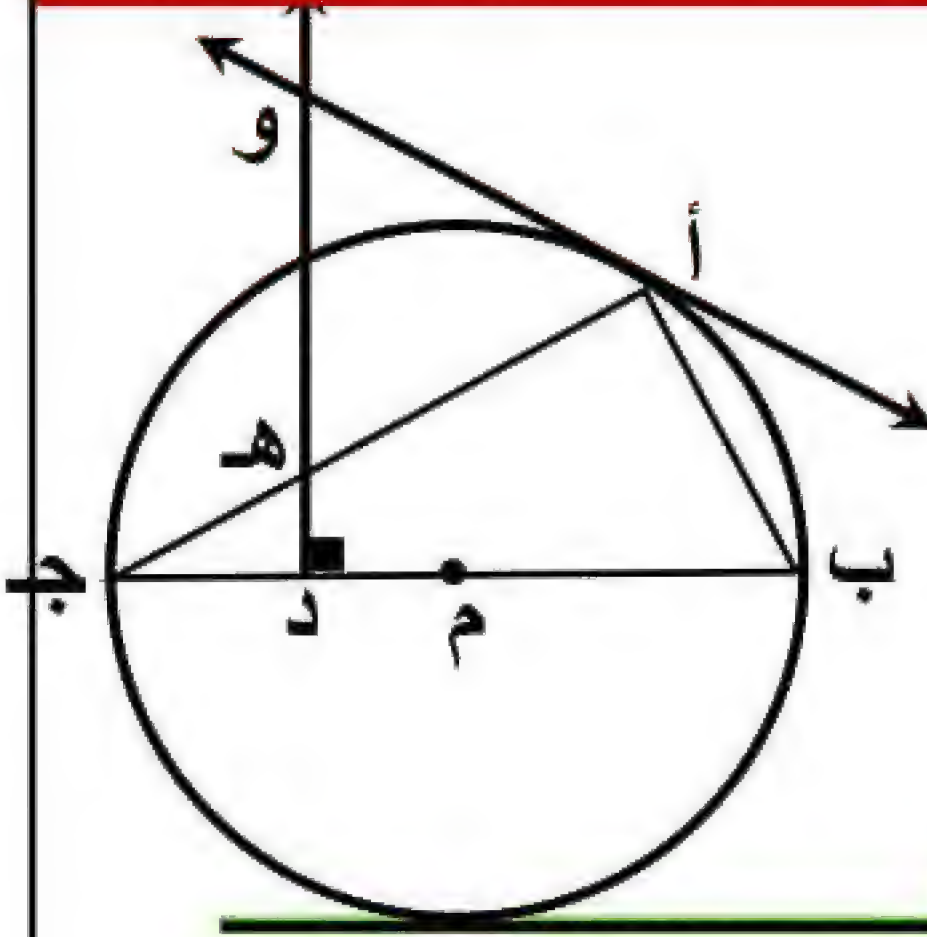
\therefore م ن خط مركزين ، أ ب مماس مشترك

\therefore م ن \perp أ ب \therefore ق (أ ب م) = 90°

\therefore مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي أ ب م ج = 360°

\therefore ق (ج م ب) = $360 - (60 + 90 + 90) = 120^\circ$

٢٣) في الشكل المقابل:



الحل

\therefore ب ج قطر

\therefore ق (ب أ ج) = 90° (محيطية في نصف دائرة) $\leftarrow 1$

\therefore د و \perp ب ج \therefore ق (هـ د ج) = 90° $\leftarrow 2$

من ١ ، ٢ ينتج أن:

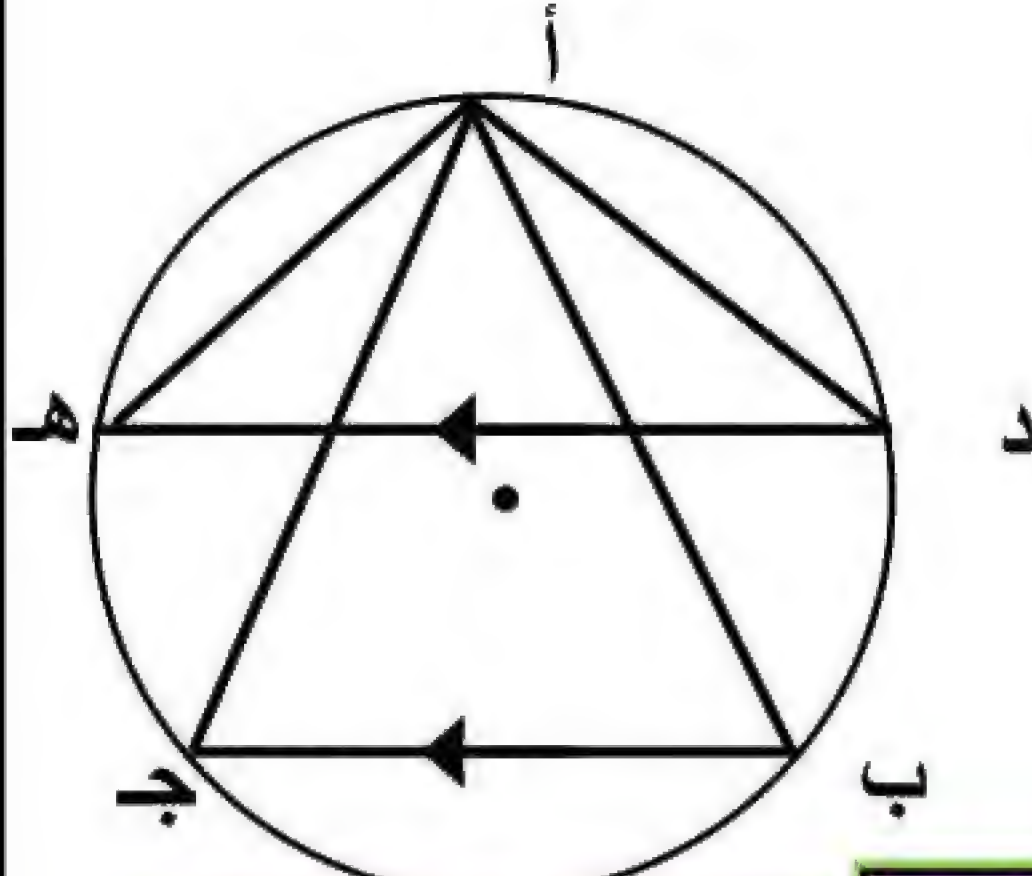
ق (هـ د ج) الخارجة = ق (ب أ ج) المقابلة للمجاورة
 \therefore الشكل أ ب د هـ رباعي دائري

\therefore ق (أ هـ و) الخارجة = ق (ب) المقابلة للمجاورة $\leftarrow 3$

\therefore ق (و أ هـ) المماسية = ق (ب) المحيطية $\leftarrow 4$

من ٣ ، ٤ ينتج أن: ق (أ هـ و) = ق (و أ هـ)
 $\therefore \Delta$ أ و هـ متساوي الساقين

٢٤) في الشكل المقابل:



الحل

أ ب ج مثلث مرسوم
 داخل دائرة
 د هـ \parallel ب ج
 اثبت أن:
 ق (د أ ج) = ق (ب أ هـ)

\therefore د هـ \parallel ب ج

\therefore ق (د ب) = ق (هـ ج)

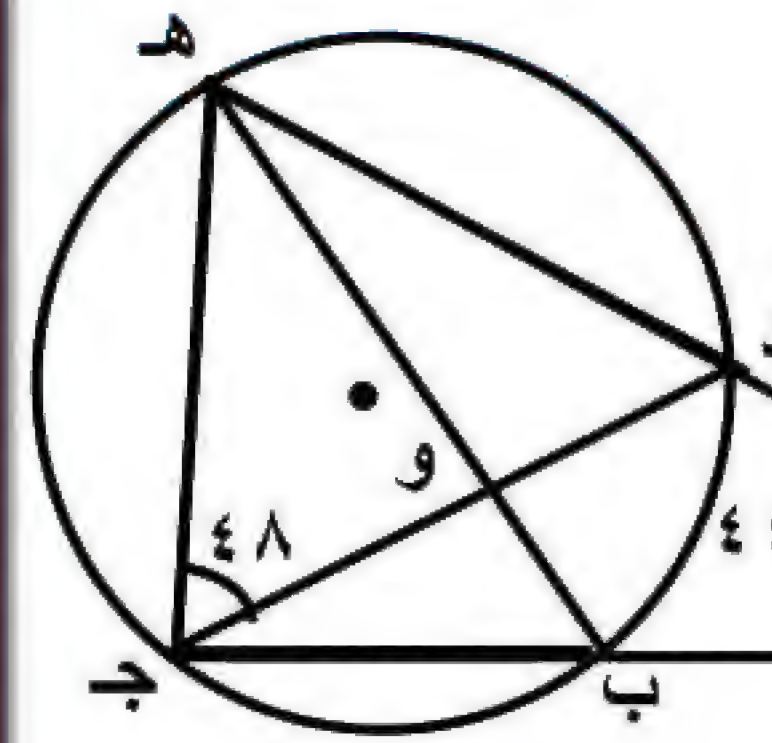
\therefore ق (د أ ب) المحيطية = ق (هـ أ ج) المحيطية

لأنهما محيطيتان أقواسهما متساويتان

وبإضافة ق (ب أ ج) للطرفين

\therefore ق (د أ ج) = ق (ب أ هـ) هـ ط ث

٢٥ في الشكل المقابل:



ق (أ) = 30° ، ق (ب) = 44°
ق (د) = 48°
أوجد: (١) ق (هـ ج)
(٢) ق (ب ج)

الحل

من تمرين مشهور ٢:

$$ق(هـ ج) = 2 ق(أ) + ق(ب)$$

$$ق(هـ ج) = 2 \times 30 + 44 = 104^\circ$$

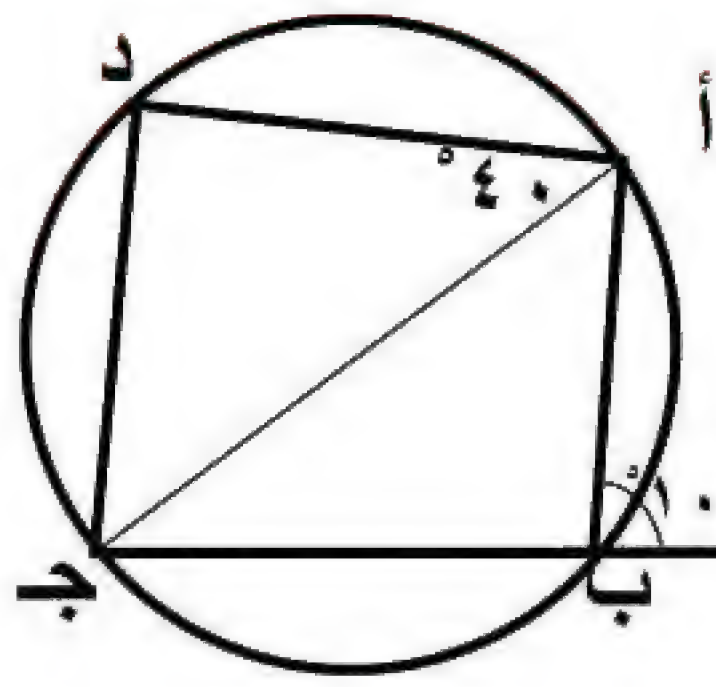
$$ق(د ج هـ) = 180 - 48 = 132^\circ$$

$$ق(د هـ) = 2 \times 48 = 96^\circ$$

$$قياس الدائرة = 360^\circ$$

$$ق(ب ج) = 360 - (96 + 104 + 44) = 116^\circ$$

٢٧ في الشكل المقابل:



ق (أ ب هـ) = 100°
ق (ج أ د) = 40°
اثبت أن:
ق (ج د) = ق (أ د)

الحل

∴ أ ب هـ زاوية خارجة عن الرباعي الدائري أ ب ج د

$$∴ ق(د) = ق(أ ب هـ) = 100^\circ$$

في Δ أ د ج:

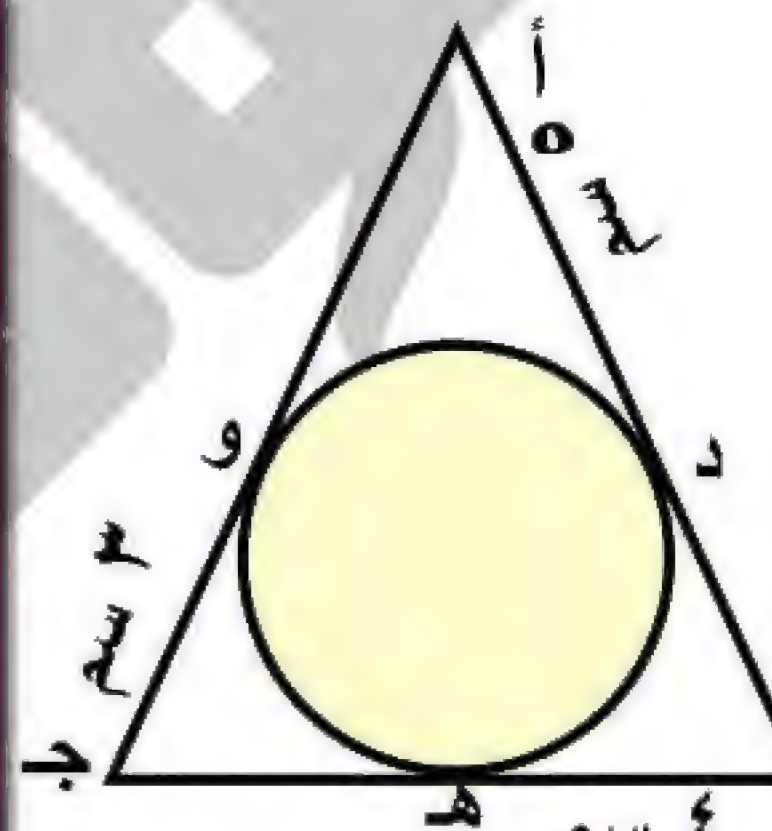
$$ق(أ ج د) = 180 - (40 + 100) = 40^\circ$$

$$∴ ق(د أ ج) = ق(أ ج د) = 40^\circ$$

$$∴ أ د = د ج$$

$$∴ ق(ج د) = ق(أ د)$$

٢٦ في الشكل المقابل:



Δ أ ب ج مرسوم خارج الدائرة م
وتمس أضلاعه أ ب ، أ ج ، ب ج
في د ، هـ ، و على الترتيب
أ د = ٥ سم ، ب هـ = ٤ سم ، ج و = ٣ سم
أوجد محيط Δ أ ب ج

الحل

$$∴ أ د ، أ و قطعتان مماستان$$

$$∴ أ د = أ و = ٥ سم$$

$$∴ ب د ، ب هـ قطعتان مماستان$$

$$∴ ب د = ب هـ = ٤ سم$$

$$∴ ج هـ ، ج و قطعتان مماستان$$

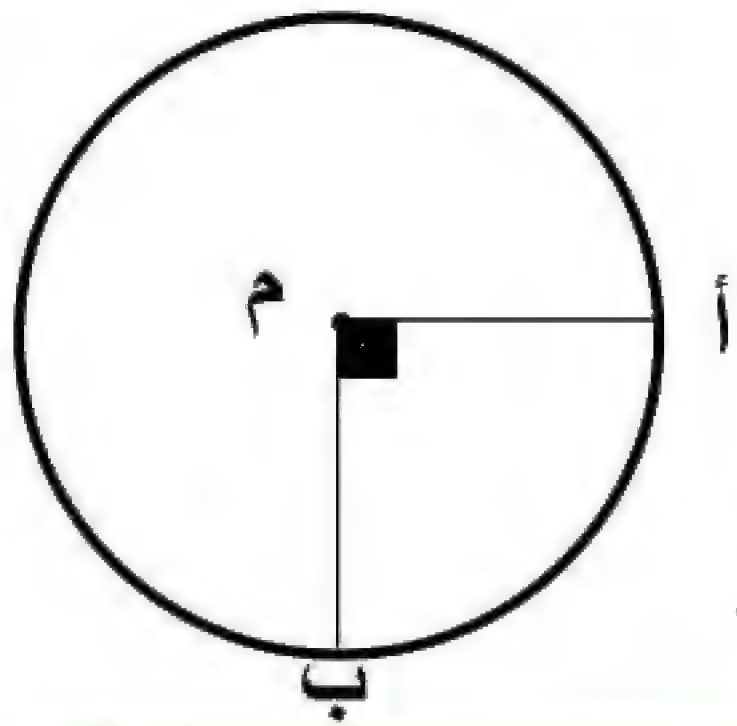
$$∴ ج هـ = ج و = ٣ سم$$

$$∴ أ ب = ٥ + ٤ = ٩ سم ، أ ج = ٣ + ٥ = ٨ سم$$

$$ب ج = ٣ + ٤ = ٧ سم$$

$$∴ محيط Δ أ ب ج = ٧ + ٨ + ٩ = ٢٤ سم$$

٢٨ في الشكل المقابل:



م دائرة ، ق (أ م ب) = 90°
طول نصف قطرها = ٧ سم

$$أوجد طول أ ب حيث $\pi = \frac{22}{7}$$$

الحل

$$∴ ق(أ ب) = 90^\circ$$

$$طول القوس = \frac{قياس القوس}{360} \times 2\pi \times \text{نق}$$

$$= \frac{90}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 11 \text{ سم}$$

٢٩ أوجد قياس القوس الذي يمثل $\frac{1}{3}$ الدائرة.

ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف
قطر الدائرة ٧ سم.

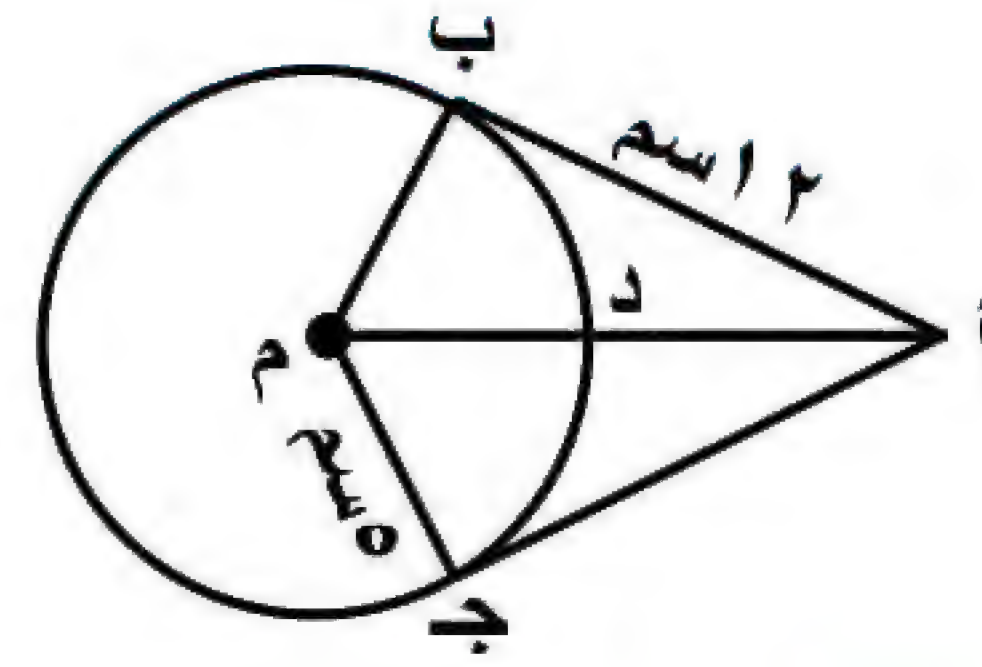
الحل

$$قياس القوس الذي يمثل $\frac{1}{3}$ الدائرة = $\frac{360}{3} = 120^\circ$$$

$$طول القوس = \frac{قياس القوس}{360} \times 2\pi \times \text{نق}$$

$$= \frac{120}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 14.6 \text{ سم}$$

٣٠ في الشكل المقابل:



أ ج ، أ ب مماستان
أ ب = ١٢ سم
ج م = ٥ سم
أوجد طول: أ ج ، أ د

الحل

∵ أ ب = أ ج قطعان مماستان

∴ أ ج = ١٢ سم المطلوب الأول

∵ أ ج مماسة ، م ج نصف قطر

∴ م ج ⊥ أ ج ∴ Δ أ ج م قائم

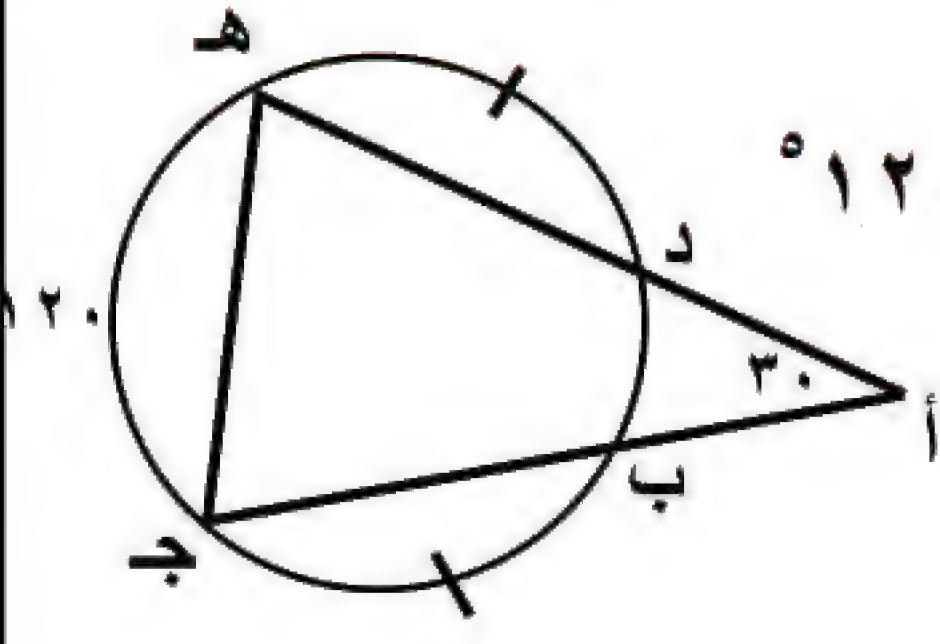
في Δ أ ج م من فيثاغورث:

∴ (أ م)^٢ = ١٢٤ + ٢٥ = ١٦٩ ∴ أ م = ١٣ سم

∴ م د = م ج = ٥ سم (أنصاف أقطار)

∴ أ د = ١٣ - ٥ = ٨ سم المطلوب الثاني

٣٢ في الشكل المقابل:



ق (أ) = ٣٠° ، ق (هـ ج) = ١٢٠°
ق (ب ج) = ق (د هـ)

١- أوجد: ق (ب د) الأصغر

٢- اثبت أن: أ ب = أ د

الحل

من تمرين مشهور ٢:

ق (ب د) = ق (هـ ج) - ق (أ) = ١٢٠ - ٦٠ = ٦٠°

∴ ق (د هـ) = ق (ب ج) بإضافة ق (د ب) للطرفين

∴ ق (ب د هـ) = ق (د ب ج)

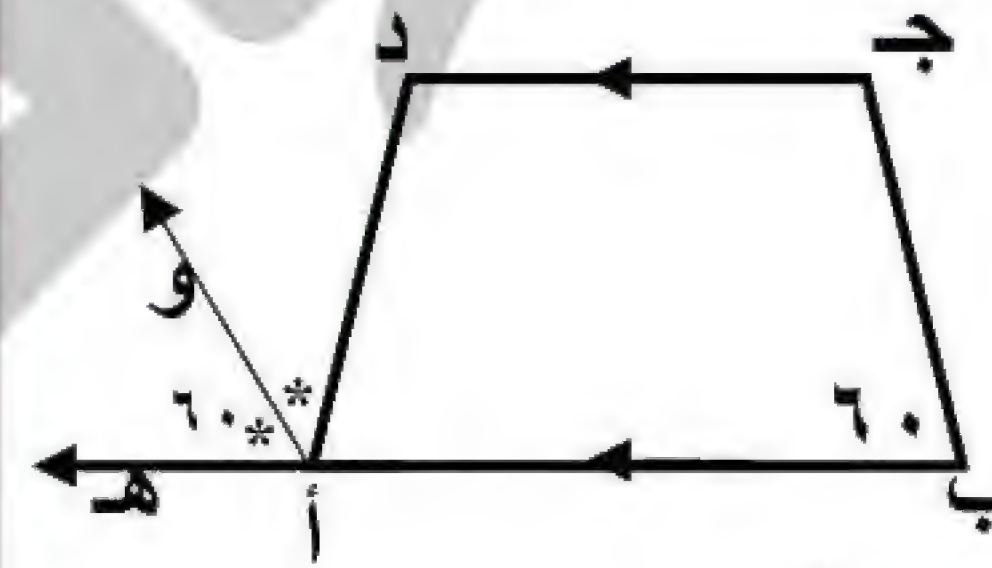
∴ ق (ج) المحيطية = ق (هـ) المحيطية

∴ أ ج = أ هـ (١)

∴ ق (ب ج) = ق (د هـ) ∴ ب ج = د هـ (٢)

ب طرح ٢ من ١ ينتج أن: أ ب = أ د

٣١ في الشكل المقابل:



ج د // ب هـ
أو ينصف د أ هـ
ق (و أ هـ) = ٦٠°
ق (ب) = ٦٠°

اثبت أن: الشكل أ ب ج د رباعي دائري

الحل

∴ أ و ينصف د أ هـ

∴ ق (د أ هـ) = ١٢٠ = ٢ × ٦٠ (١)

∴ ج د // ب هـ

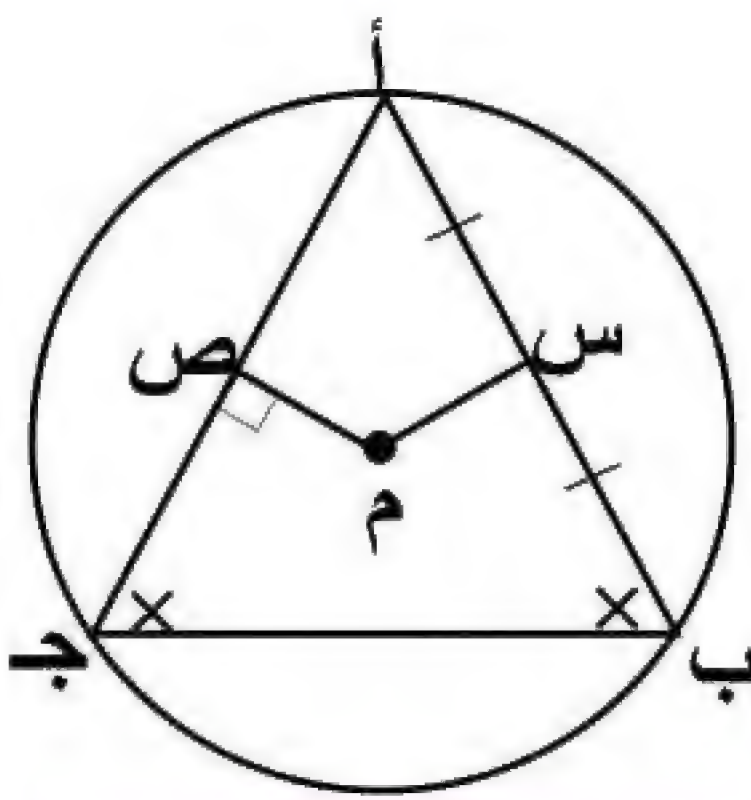
∴ ق (ج) = ١٨٠ - ٦٠ = ١٢٠ بالتداخل (٢)

من ١، ٢ ينتج أن:

ق (د أ هـ) الخارجة = ق (ج) المقابلة للمجاورة

∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري

٣٣ في الشكل المقابل:



أ ب ج Δ مرسوم داخل دائرة م
ق (ب) = ق (ج)
س منتصف أ ب ، م ص ⊥ أ ج
اثبت أن: م س = م ص

الحل

∴ س منتصف أ ب

∴ م س ⊥ أ ب

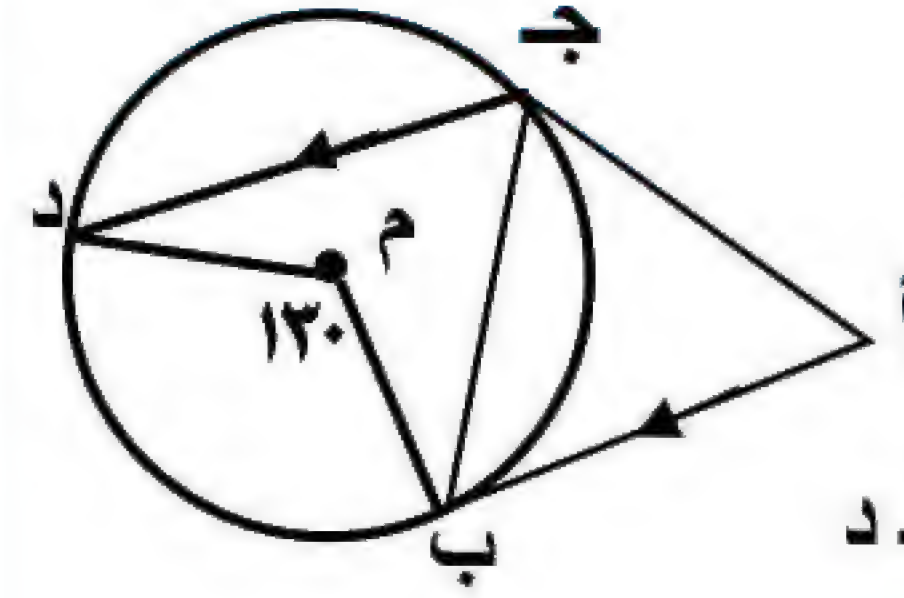
في Δ أ ب ج:

∴ ق (ب) = ق (ج)

∴ أ ب = أ ج أوتار متساوية

∴ م س = م ص (أبعاد متساوية)

٣٤ في الشكل المقابل:



أ ب ، أ ج قطعتان مماستان
أ ب // ج د ،

ق (ب م د) = 130°

١- اثبت أن : ج ب ينصف أ ج د

٢- أوجد ق (أ)

الحل

∴ ق (ب ج د) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق (م) المركزية

∴ ق (ب ج د) = 65°

∴ أ ب // ج د

∴ ق (أ ب ج) = ق (ب ج د) = 65° بالتبادل (١)

∴ أ ب = ب ج (قطعتان مماستان)

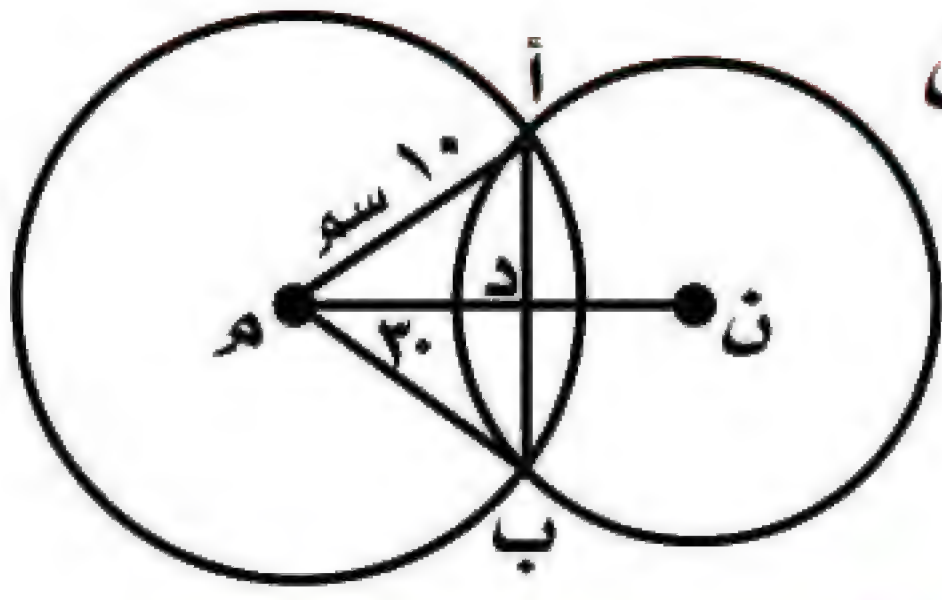
∴ ق (أ ب ج) = ق (أ ج ب) = 65° (٢)

من ١، ٢ ينتج أن: ق (ب ج د) = ق (أ ج ب)

∴ ج ب ينصف أ ج د **المطلوب الأول**

ق (أ) = 180° - (65° + 65°) = 50°

٣٦ في الشكل المقابل:



م ، ن دائرتان متقاطعتان

م أ = 10 سم

ق (ب م ن) = 30°

أوجد طول أ ب

الحل

∴ م أ = م ب أنصاف أقطار

∴ م ب = 10 سم

∴ م ن خط مركزي ، أ ب وتر مشترك

∴ أ ب ⊥ م ن ∴ Δ م د ب قائم في د

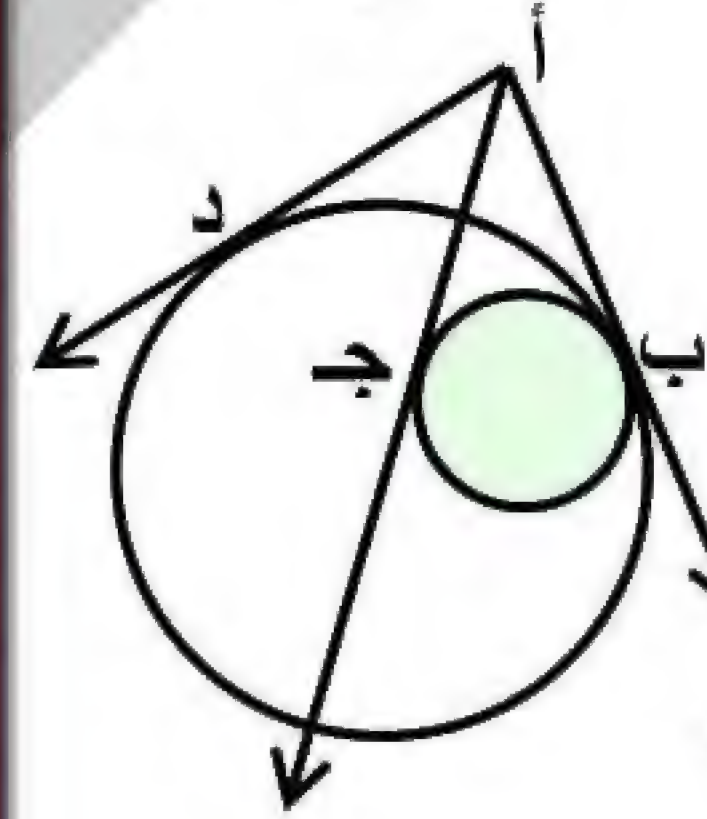
في Δ م د ب:

د ب = $\frac{1}{2}$ م ب = 5 سم (ضلع مقابل للزاوية 30°)

∴ خط المركزي م ن ينصف الوتر المشترك أ ب

∴ أ ب = 2 × 5 = 10 سم

٣٥ في الشكل المقابل:



دائرتان متماستان من الداخل في ب

أ ب مماس مشترك للدائرتين

أ ج مماس للصغرى ، أ د مماس للكبرى

أ ج = 15 سم ، أ ب = (3 - 2) سم

أ د = (2 - 3) سم أوجد قيمة س ، ص

الحل

∴ أ ب = أ ج **قطعتان مماستان للدائرة الصغرى**

∴ أ ب = 15

∴ 15 = 3 - 2 س ∴ 2 س = 18

∴ س = 9

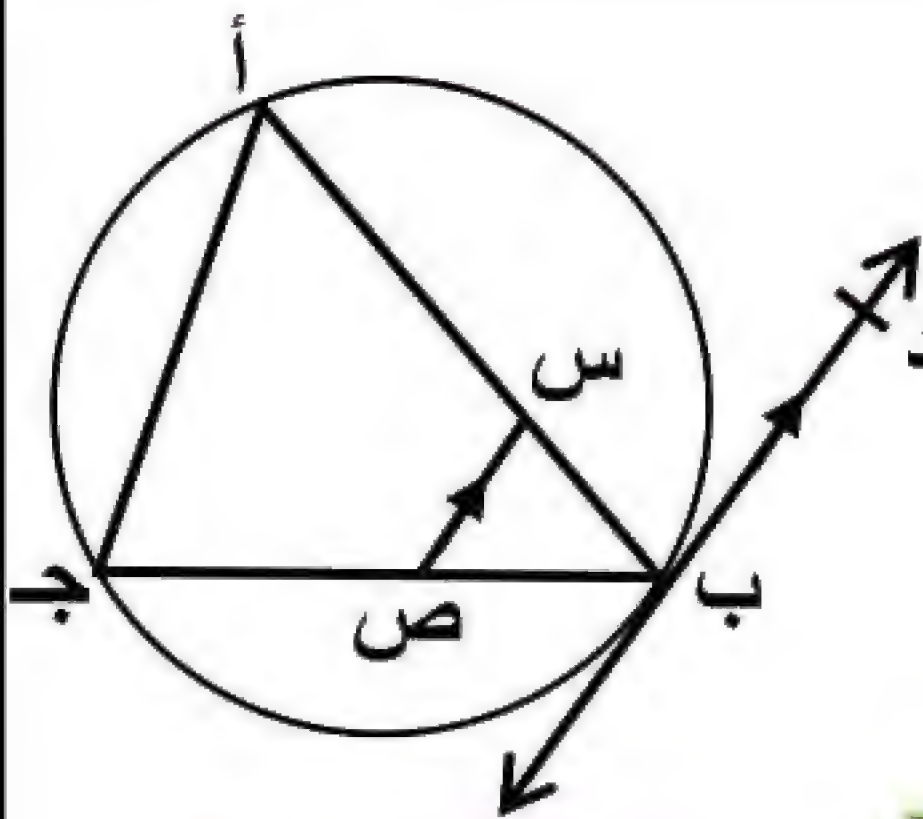
∴ أ ب = أ د **قطعتان مماستان للدائرة الكبرى**

∴ 15 = 2 - ص

∴ أ د = 15

∴ ص = 17

٣٧ في الشكل المقابل:



أ ب ج Δ مرسوم داخل دائرة

س ص // ب د

اثبت أن :

أ س ص ج رباعي دائري

الحل

∴ س ص // ب د

∴ ق (أ ب د) = ق (ص س ب) بالتبادل (١)

∴ ق (أ ب د) المماسية = ق (ج د) المحيطية (١)

من ١، ٢ ينتج أن :

ق (ص س ب) = ق (ج د)

أي أن : قياس الزاوية الخارجة = قياس المقابلة للمجاورة

∴ الشكل أ س ص ج رباعي دائري

الحل

∴ أ س ب ص رباعي دائري

الحل

$$\therefore \text{أ ب} = 2 \times 4,8 = 9,6 \text{ سم}$$

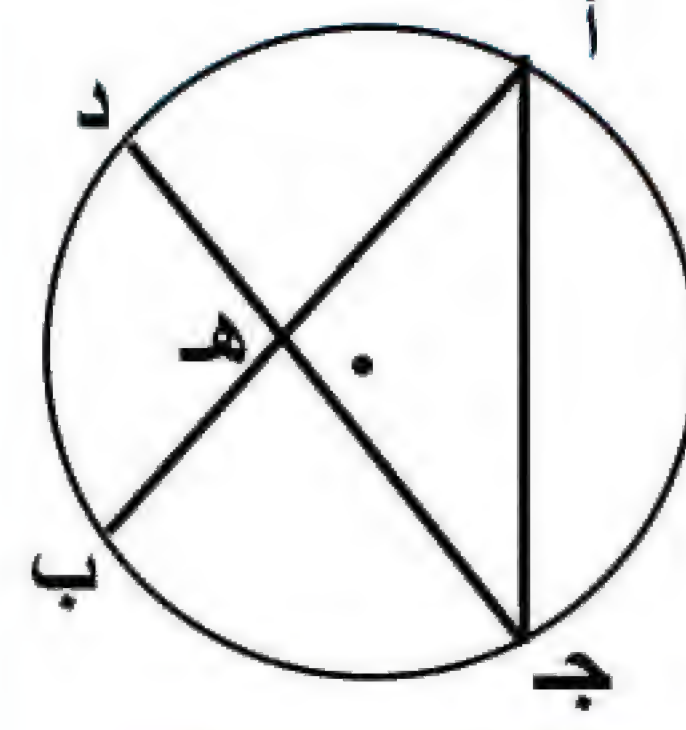
الحل

∴ أ ج = $\frac{1}{4}$ الوتر أ ب ∴ أ ج = $\frac{1}{4} \times 8 = 2$ سم

الحل

$$O_3 = 50 - 10 =$$

٤٢ في الشكل المقابل:



أ ب ، ج د وتران متساويان
في الطول
اثبت أن :
 Δ أ ج ه متساوي الساقين

الحل

$$\therefore \text{أ ب} = \text{ج د}$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (أ ب)}} = \widehat{\text{ق (ج د)}}$$

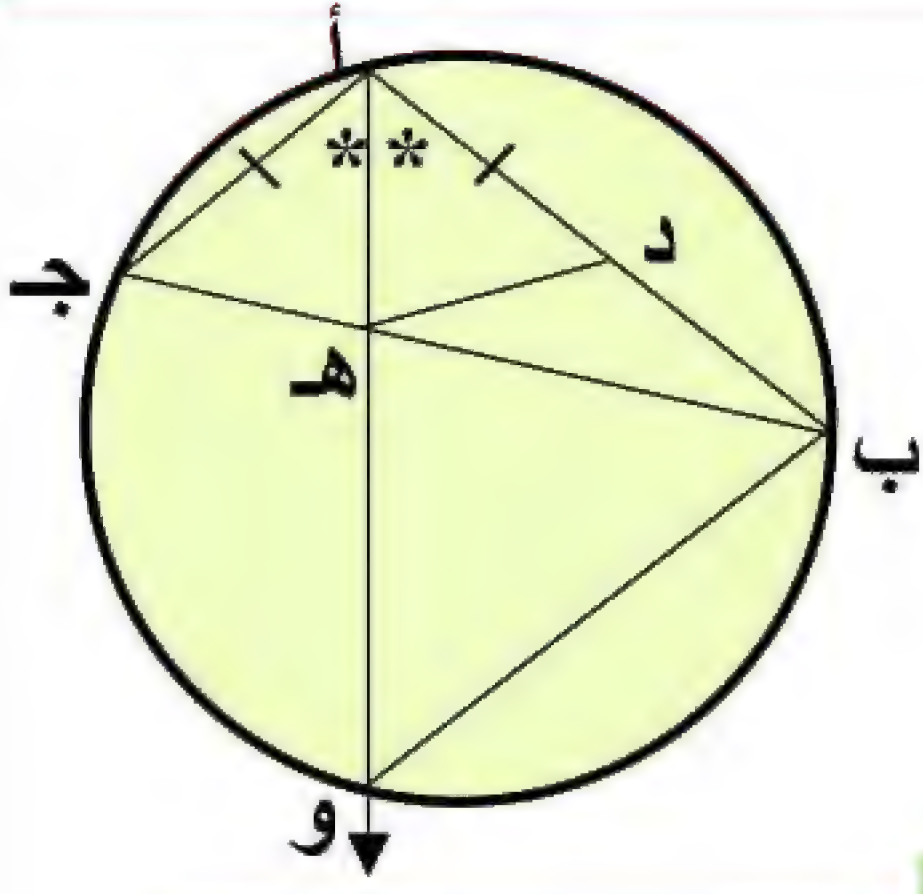
بطرح ق (د ب) من الطرفين

$$\therefore \widehat{\text{ق (أ د)}} = \widehat{\text{ق (ب ج)}}$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (ج)}} = \widehat{\text{ق (أ)}}$$

$\therefore \Delta$ أ ج ه متساوي الساقين

٤٤ في الشكل المقابل:



أ د = أ ج ،
أو ينصف ب أ ج
اثبت أن :
د ب ه و رباعي دائري

الحل

$$\Delta \text{ أ د ه} ، \Delta \text{ أ ج ه فيهما:}$$

$$\bullet \text{ ق (د أ ه)} = \text{ق (ج أ ه)}$$

$$\bullet \text{ أ د} = \text{أ ج}$$

$$\bullet \text{ أ ه ضلع مشترك}$$

$$\therefore \Delta \text{ أ د ه} \equiv \Delta \text{ أ ج ه}$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (أ ج ه)}} = \widehat{\text{ق (أ د ه)}} \quad (١)$$

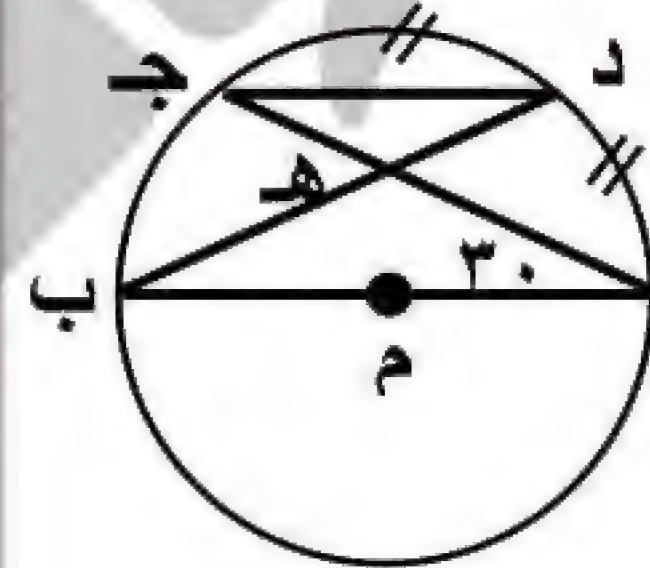
$$\therefore \widehat{\text{ق (أ ج ه)}} = \widehat{\text{ق (أ و ب)}} \quad (٢)$$

(لأنهما محيطيتان مشتركتان في القوس أ ب)

$$\text{من ١، ٢ ينتج أن: } \widehat{\text{ق (أ د ه)}} = \widehat{\text{ق (أ و ب)}}$$

\therefore الشكل د ب و ه رباعي دائري

٤٣ في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م
ق (ج أ ب) = 30° ، د منتصف أ ج
١- أوجد ق (ب د ج) ، ق (أ د)
٢- اثبت أن : أ ب // ج د

الحل

$$\therefore \widehat{\text{ق (ب د ج)}} = \widehat{\text{ق (ج أ ب)}}$$

محيطيتان مشتركتان في ج ب

$$\therefore \widehat{\text{ق (ب د ج)}} = 30^\circ \quad \text{أولاً}$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (ج ب)}} = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (أ د ج)}} + \widehat{\text{ق (ج ب)}} = 180^\circ$$

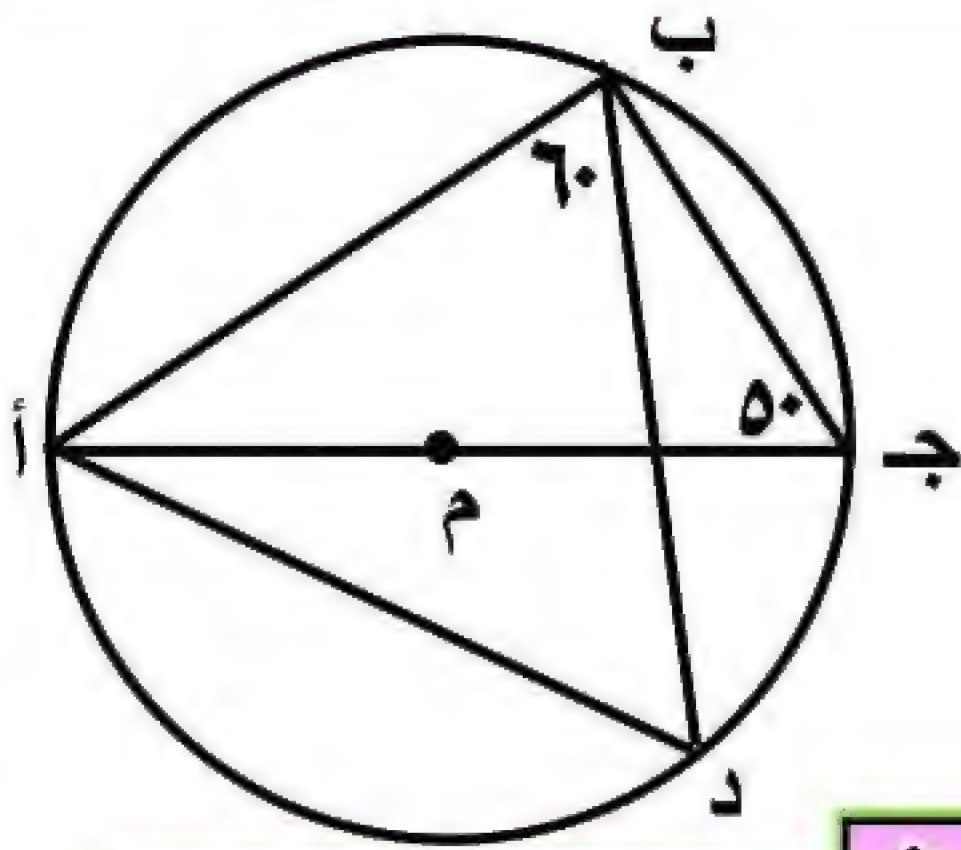
$$\therefore \widehat{\text{ق (أ د ج)}} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (أ د)}} = \widehat{\text{ق (د ج)}} \quad \therefore \widehat{\text{ق (أ د)}} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (د ب أ)}} = \widehat{\text{المحيطية}} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (ب د ج)}} = \widehat{\text{ق (د ب أ)}} \quad \therefore \text{أ ب} // \text{ج د} \quad \text{وهما متبادلتان}$$

٤٥ في الشكل المقابل:



الحل

\therefore أ ج قطر ، ج ب أ محيطية مرسومة في نصف دائرة

$$\therefore \widehat{\text{ق (ج ب أ)}} = 90^\circ$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (ج ب د)}} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

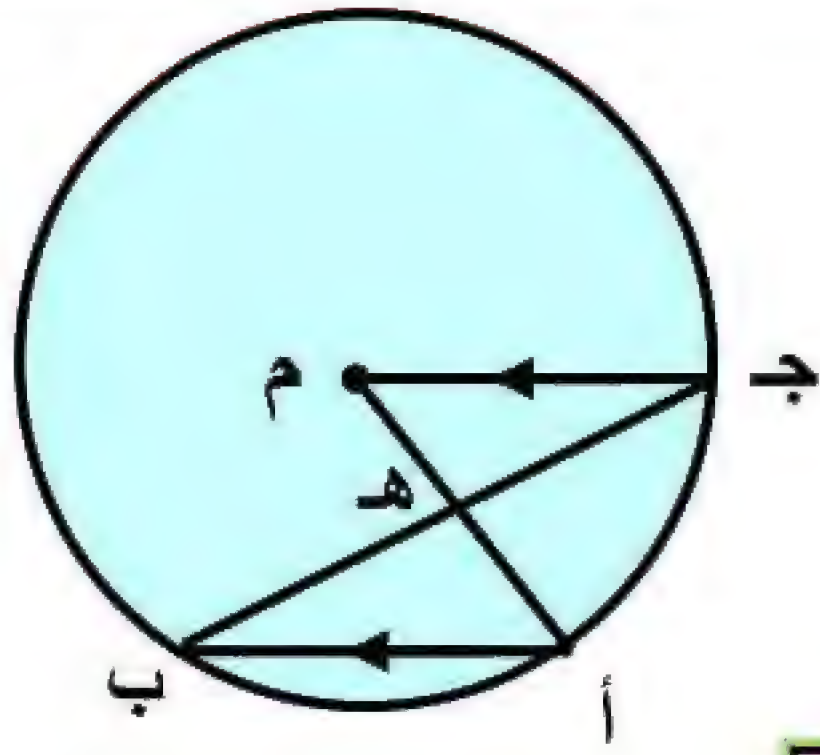
$$\therefore \widehat{\text{ق (ب ج أ)}} = \widehat{\text{ق (ب د أ)}}$$

محيطيتان مشتركتان في ب أ

$$\therefore \widehat{\text{ق (ب د أ)}} = 50^\circ$$

في Δ ب د أ

$$\therefore \widehat{\text{ق (ب أ د)}} = 180^\circ - (50^\circ + 60^\circ) = 70^\circ$$



٤٩ في الشكل المقابل:

أ ب وتر في الدائرة م

ج م // أ ب

اثبت أن : ب ه < أ ه

الحل

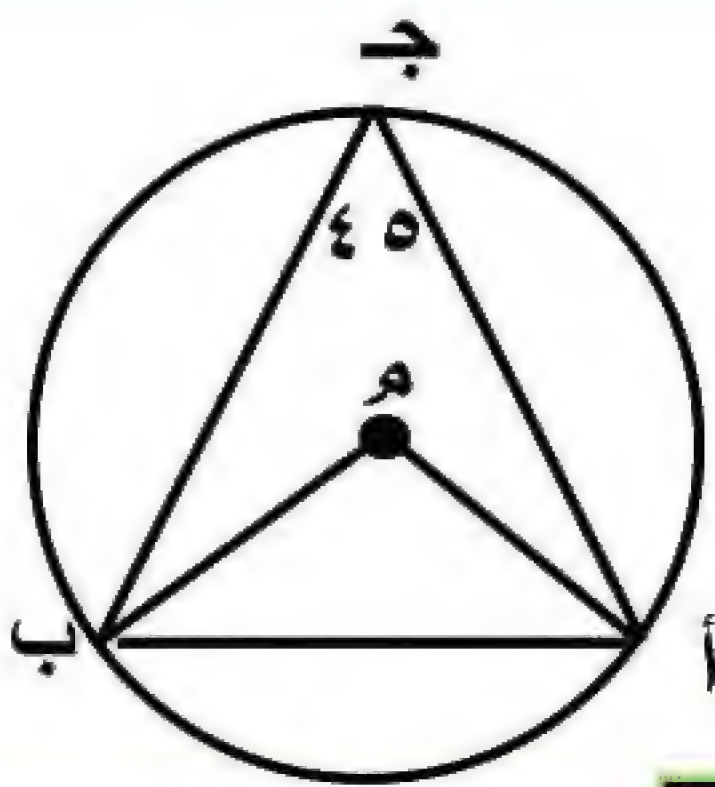
$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \text{ق ٢} \quad \angle \hat{B}$$

مركزية ومحيطية مشتركتان في أ ج

$$\therefore \text{ج م} // \text{أ ب} \quad \therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \text{ق ١} \quad \text{بالتبادل}$$

في $\triangle \text{أ ه ب}$: $\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \text{ق ٢} \quad \angle \hat{B}$

$$\therefore \angle \hat{C} < \angle \hat{A} \quad \angle \hat{B} \quad \therefore \text{ب ه} < \text{أ ه}$$



٥٠ في الشكل المقابل:

$$\angle \hat{C} = 45^\circ$$

أوجد ق (م أ ب)

الحل

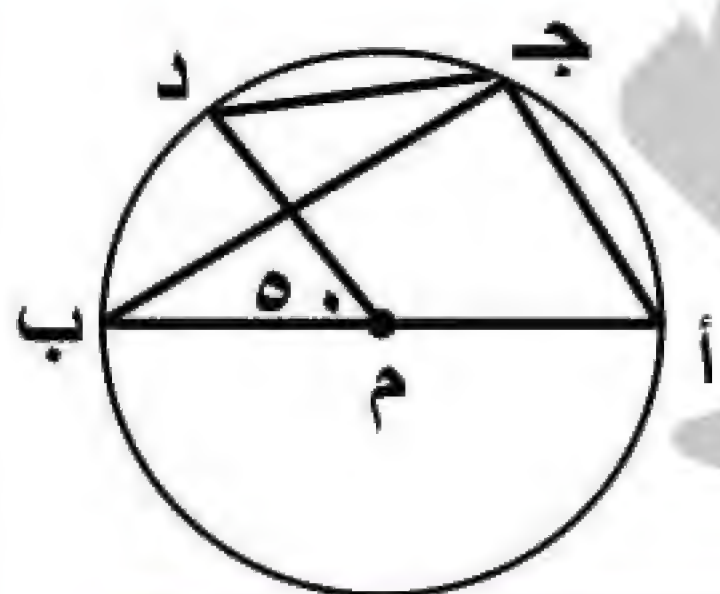
$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \text{ق ٢} \quad \angle \hat{B} \quad \text{المحيطية}$$

لأنهما مشتركتان في القوس أ ب

$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \angle \hat{B} \quad 90^\circ$$

في $\triangle \text{م أ ب}$: $\therefore \text{م أ} = \text{م ب} = \text{نق}$

$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \angle \hat{B} \quad = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$$



٥١ في الشكل المقابل:

أ ب قطر في الدائرة م

$$\angle \hat{C} = 50^\circ$$

أوجد ق (أ ج د)

الحل

أ ب قطر ، أ ج ب محيطية مرسومة في نصف دائرة

$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \angle \hat{B} \quad 90^\circ \leftarrow 1$$

$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \angle \hat{B} \quad \text{المحيطية} = \frac{1}{2} \quad \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \angle \hat{B} \quad \text{المركزية}$$

$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \angle \hat{B} \quad 25^\circ \leftarrow 2$$

$$\text{بجمع ١، ٢ ينتج أن: } \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \angle \hat{B} \quad 115^\circ = 25^\circ + 90^\circ$$

٤٦ أ ب ، أ ج وتران متساويان في الطول في الدائرة م

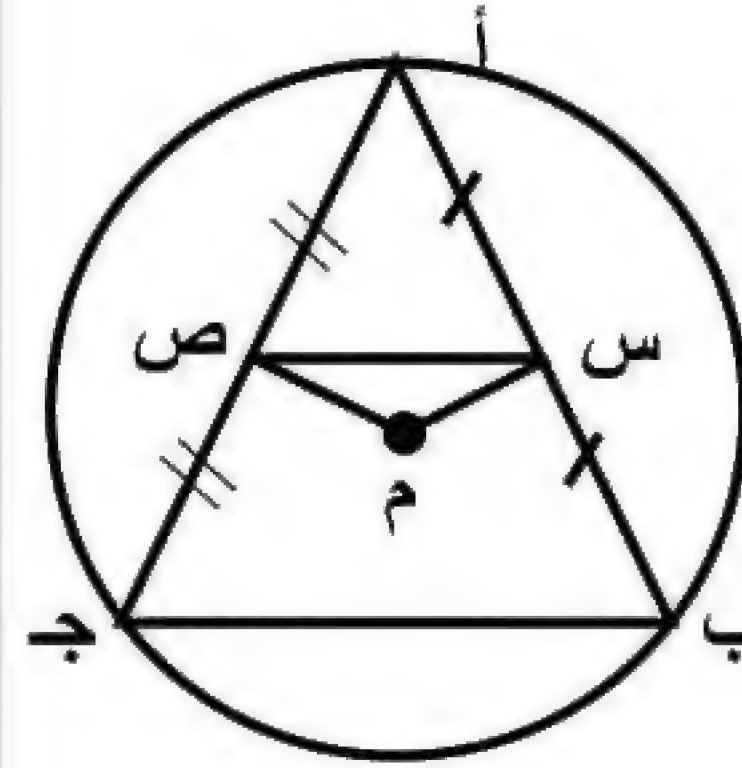
س ، ص منتصفا أ ب ، أ ج على الترتيب

$$\angle \hat{C} = 30^\circ \quad \text{ق (م س ص)}$$

اثبت أن : ١ - م س ص متساوي الساقين

٢ - أ س ص متساوي الأضلاع

الحل



$$\therefore \text{س منتصف أ ب} \quad \therefore \text{م س} \perp \text{أ ب}$$

$$\therefore \text{ص منتصف أ ج} \quad \therefore \text{م ص} \perp \text{أ ج}$$

$$\therefore \text{أ ب} = \text{أ ج} \quad \text{(أوتار متساوية)}$$

$$\therefore \text{م س} = \text{م ص} \quad \text{(أبعاد متساوية)}$$

 $\therefore \triangle \text{م س ص}$ متساوي الساقين

$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \angle \hat{B} \quad 30^\circ \quad \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \angle \hat{B} \quad 90^\circ$$

$$\therefore \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \angle \hat{B} \quad 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ$$

$$\angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \angle \hat{B} \quad 60^\circ \quad \angle \hat{C} = \angle \hat{A} \quad \angle \hat{B} \quad 60^\circ$$

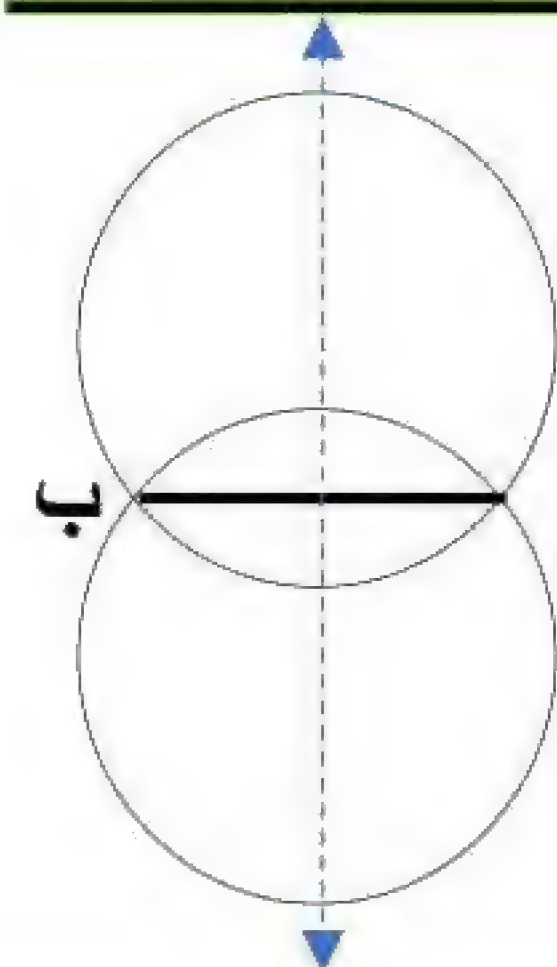
 $\therefore \triangle \text{أ س ص}$ متساوي الأضلاع

٤٧ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم أ ب = ٦ سم

ثم ارسم دائرة قطرها ١٠ سم تمر بالنقطتين أ ، ب

وكم دائرة يمكن رسمها

الحل



$$\text{نق} = 5 \text{ سم}$$

$$\frac{1}{2} \text{ أ ب} = 3 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{نق} < \frac{1}{2} \text{ أ ب}$$

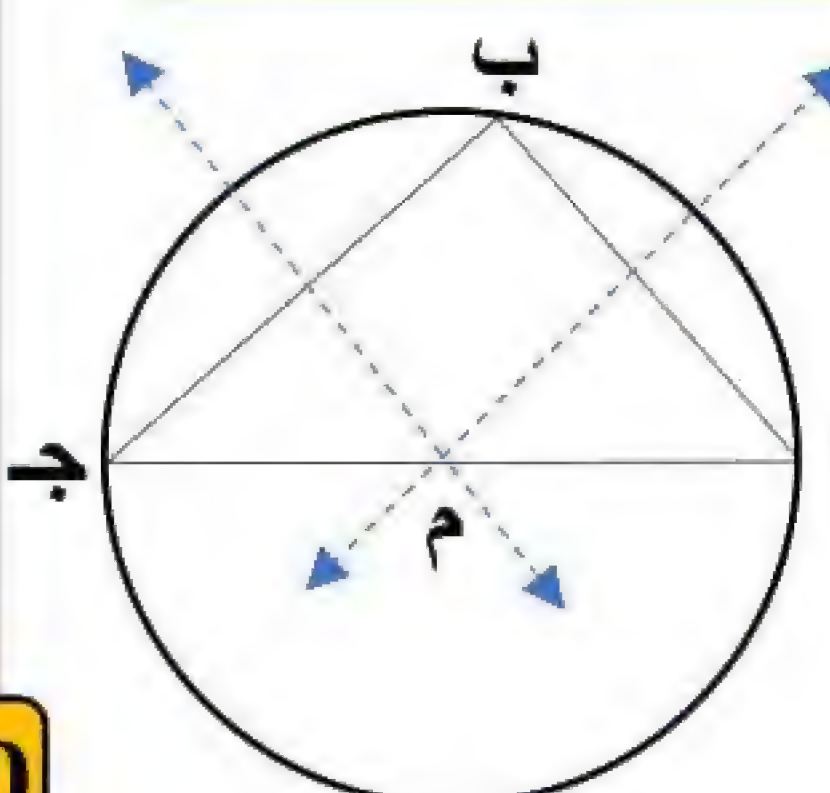
 \therefore عدد الحلول دائرتان

٤٨ باستخدام الأدوات ارسم المثلث أ ب ج القائم حيث

أ ب = ٣ سم ، ب ج = ٤ سم ثم ارسم دائرة تمر

برؤوس المثلث ثم أوجد طول نصف قطرها

الحل



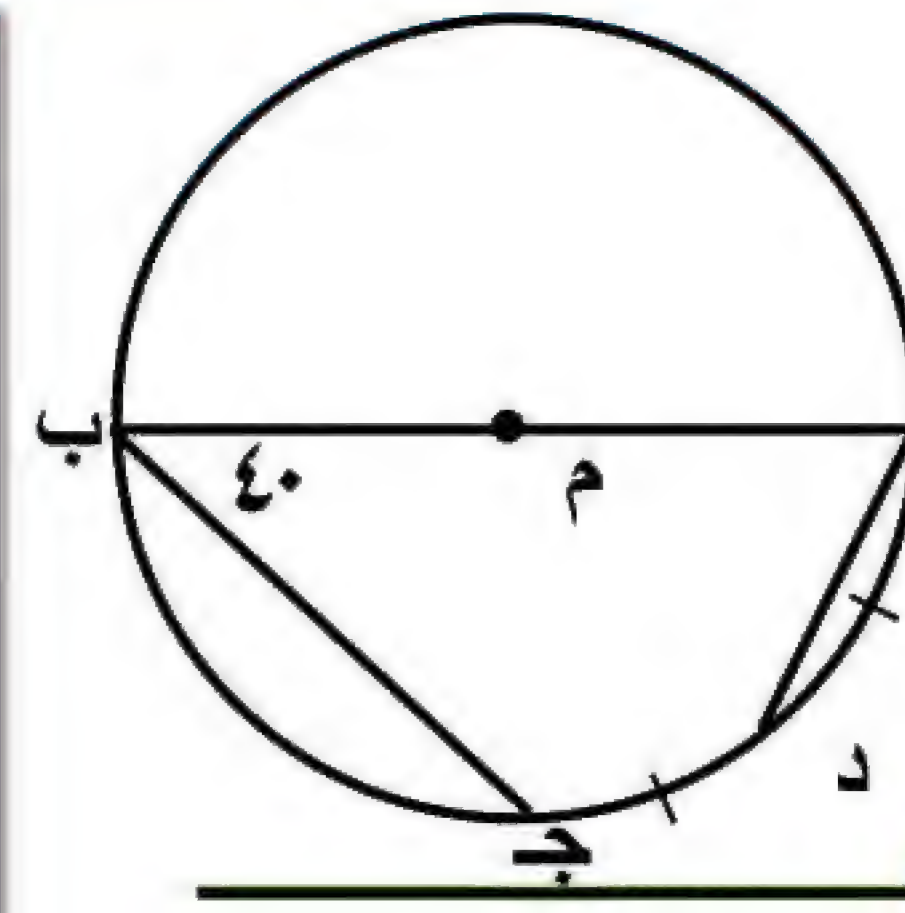
من فيثاغورث

$$\text{أ ج} = 5 \text{ سم}$$

 \therefore المركز م ينصف وتر المثلث

$$\therefore \text{نق} = 2,5 \text{ سم}$$

٥٢ في الشكل المقابل:



الحل

أ ب قطر في الدائرة م
ق (أ ب ج) = ٤٠°
ق (أ د) = ق (د ج)
أوجد ق (د أ ب)

$$\therefore \text{ق (أ د ج)} = 2 \text{ ق (ب) المحيطية}$$

$$\therefore \text{ق (أ د ج)} = 2 \times 40 = 80^\circ$$

$$\therefore \text{ق (أ د)} = \text{ق (د ج)} = 80 \div 2 = 40^\circ$$

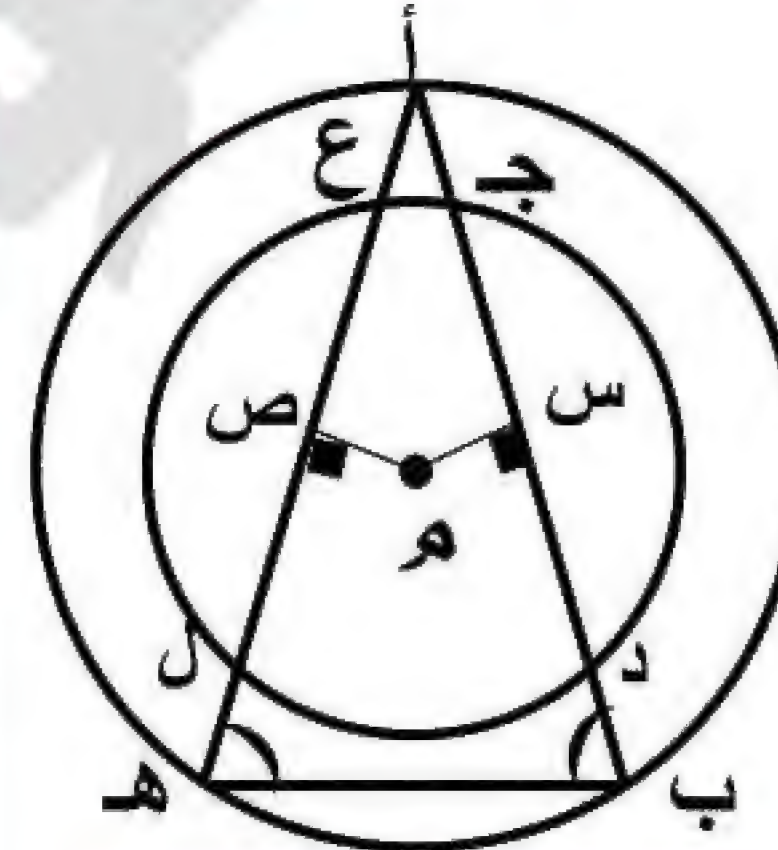
$$\therefore \text{أ ب قطر} \therefore \text{ق (أ ج ب)} = 180^\circ$$

$$\therefore \text{ق (ب ج د)} = 180 - 80 = 100^\circ$$

$$\therefore \text{ق (د ج ب)} = 100 + 40 = 140^\circ$$

$$\therefore \text{ق (د أ ب) المحيطية} = \frac{1}{2} \text{ ق (د ج ب)} = 70^\circ$$

٥٣ في الشكل المقابل:



الحل

دائرتان متحدتا المركز م
ق (ب) = ق (هـ)
اثبت أن: ج د = ع ل

$$\therefore \text{ق (ب)} = \text{ق (هـ)} \therefore \text{أ ب} = \text{أ هـ}$$

في الدائرة الكبرى:

$$\therefore \text{أ ب} = \text{أ هـ} \text{ أوتار متساوية ، م س} = \text{م ص} \therefore \text{أ ب} \perp \text{م ص} \perp \text{أ هـ}$$

$$\therefore \text{م س} = \text{م ص} \text{ أبعاد متساوية}$$

في الدائرة الصغرى:

$$\therefore \text{م س} = \text{م ص} \text{ أبعاد متساوية}$$

$$\therefore \text{ج د} = \text{ع ل} \text{ أوتار متساوية}$$

٥٤ اذكر ثلاث حالات يكون فيها الشكل الرباعي دائرياً

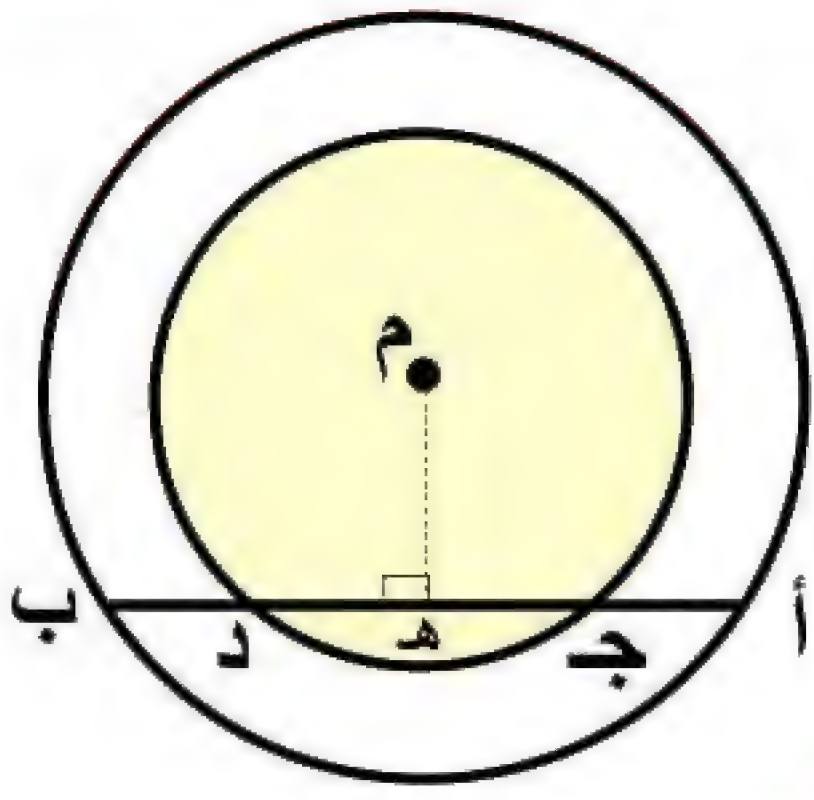
الحل

(١) إذا وجد زاويتان متقابلتان متكاملتان

(٢) إذا وجد زاوية خارجة قياسها = المقابلة للمجاورة

(٣) إذا وجد زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها ومتساويتان

٥٥ في الشكل المقابل:



الحل

دائرتان متحدتا المركز م
أ ب وتر في الدائرة الكبرى
يقطع الصغرى في ج ، د
اثبت أن: أ ج = ب د

العمل: نرسم م هـ \perp أ ب

في الدائرة الكبرى:

$$\therefore \text{م هـ} \perp \text{أ ب} \therefore \text{هـ منتصف أ ب}$$

$$\therefore \text{أ هـ} = \text{هـ ب} \leftarrow 1$$

في الدائرة الصغرى:

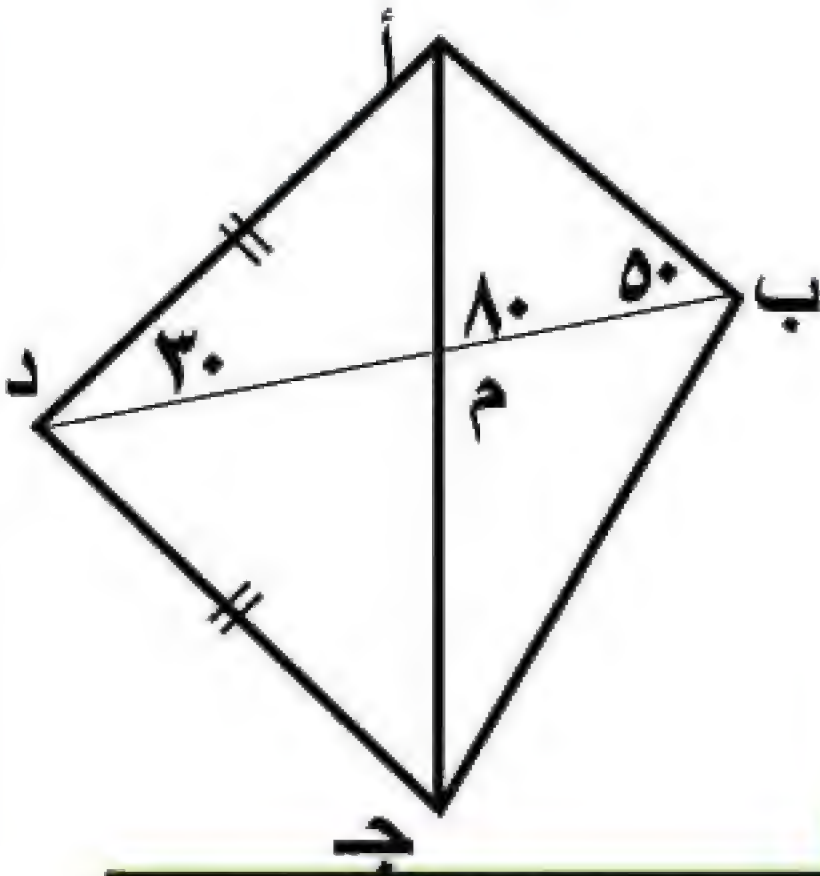
$$\therefore \text{م هـ} \perp \text{ج د} \therefore \text{هـ منتصف ج د}$$

$$\therefore \text{ج هـ} = \text{هـ د} \leftarrow 2$$

ب طرح ١، ٢ ينتج أن:

$$\text{أ ج} = \text{ب د}$$

٥٦ في الشكل المقابل:



الحل

أ ب ج د شكل رباعي
د أ = د ج
اثبت أن:
الشكل أ ب ج د رباعي دائري

$$\therefore \text{ق (ب م د)} = 180^\circ \text{ زاوية مستقيمة}$$

$$\therefore \text{ق (أ م د)} = 180 - 80 = 100^\circ$$

في \triangle أ م د:

$$\text{ق (م أ د)} = 180 - (30 + 100) = 50^\circ$$

$$\therefore \text{أ د} = \text{د ج}$$

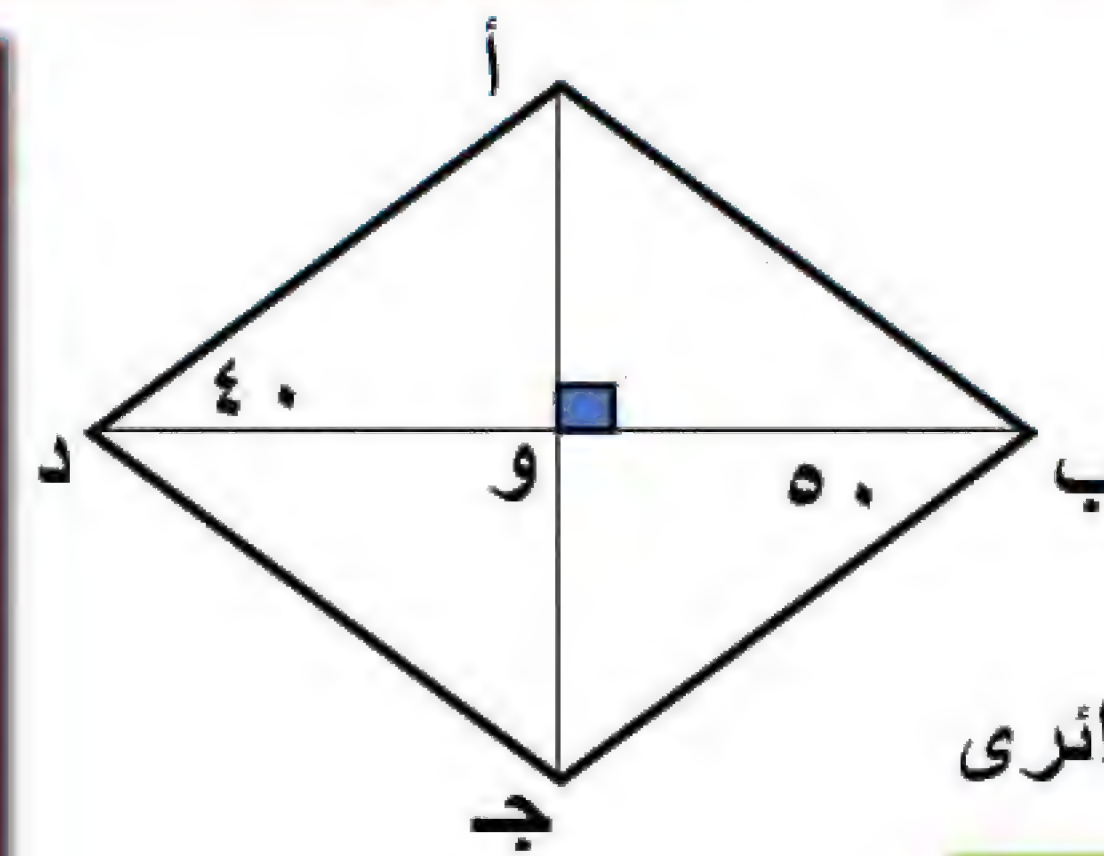
$$\therefore \text{ق (د ج أ)} = \text{ق (د أ ج)} = 50^\circ$$

$$\therefore \text{ق (د ج أ)} = \text{ق (د ب أ)}$$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة أ د

 \therefore الشكل أ ب ج د رباعي دائري

٥٧ في الشكل المقابل:



أ ب ج د شكل رباعي
أ ج ⊥ ب د
برهن أن:

الشكل أ ب ج د رباعي دائري

الحل

في Δ ب و ج القائم الزاوية في و:

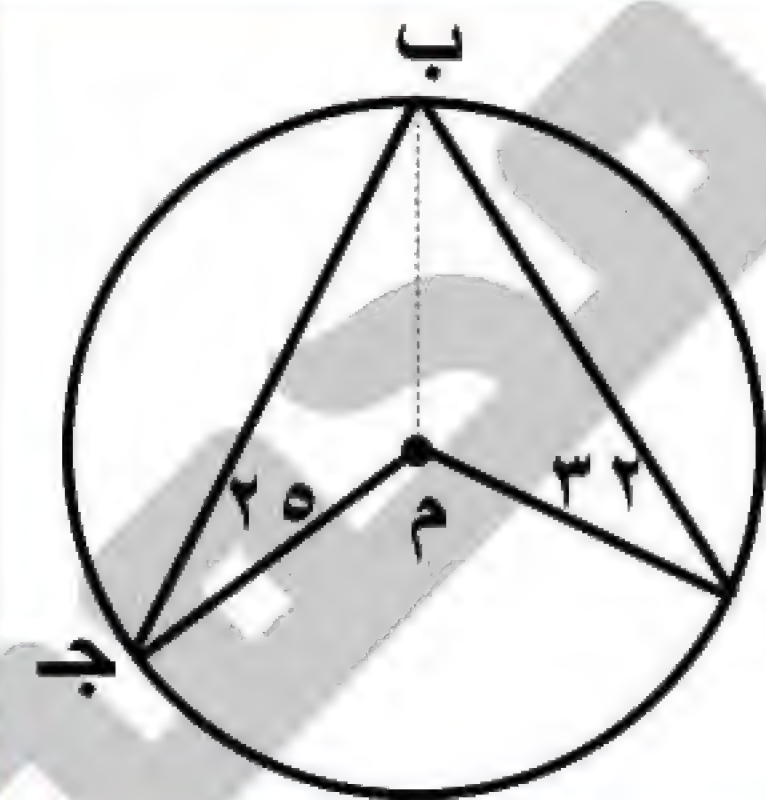
$$\angle \text{ب ج و} = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$$

$$\angle \text{ق (أ د ب)} = \angle \text{ق (ب ج أ)} = 40^\circ$$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة أ ب

∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري

٥٨ في الشكل المقابل:



$$\angle \text{ق (أ)} = 32^\circ$$

$$\angle \text{ق (ج)} = 25^\circ$$

أوجد: ق (أ م ج)

الحل

العمل: نرسم م ب

$$\because \text{م أ} = \text{م ب} \quad \text{أنصاف أقطار}$$

$$\angle \text{ق (أ ب م)} = \angle \text{ق (ب أ م)} = 32^\circ$$

$$\because \text{م ج} = \text{م ب} \quad \text{أنصاف أقطار}$$

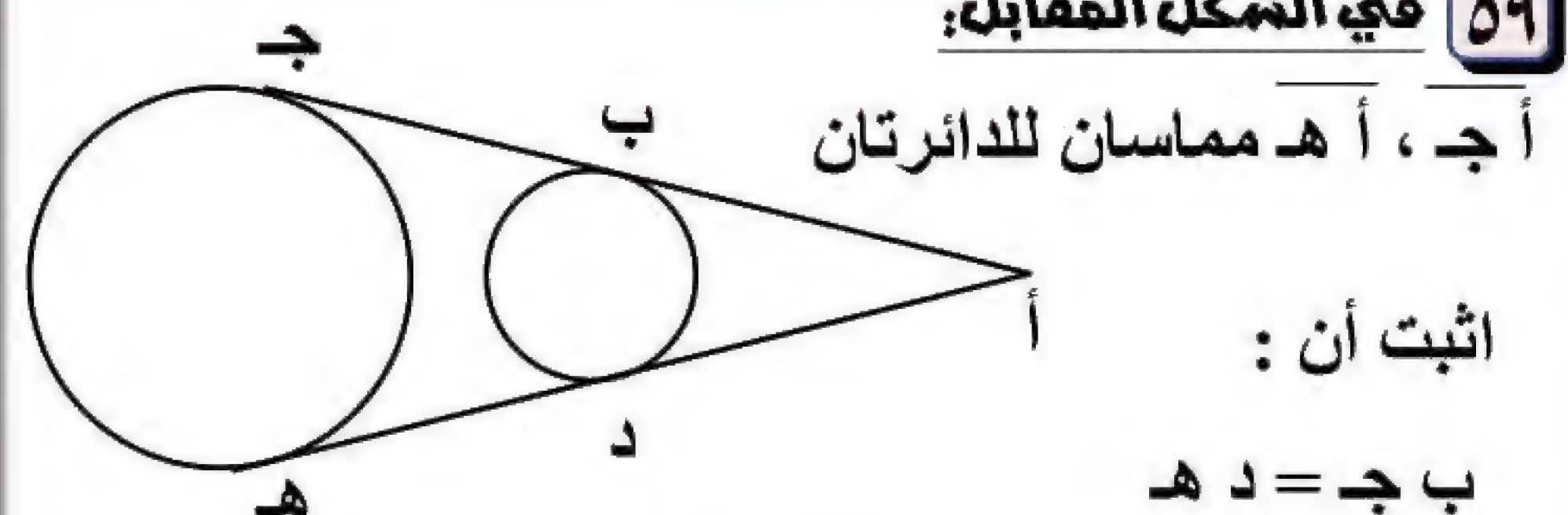
$$\angle \text{ق (ج ب م)} = \angle \text{ق (ب ج م)} = 25^\circ$$

$$\angle \text{ق (أ ب ج)} = 32^\circ + 25^\circ = 57^\circ$$

$$\angle \text{ق (أ م ج)} = \text{المركزية} = 2 \times \angle \text{ق (أ ب ج)} = \text{المحيطة}$$

$$\angle \text{ق (أ م ج)} = 2 \times 57^\circ = 114^\circ$$

٥٩ في الشكل المقابل:



أ ج ، أ ه مماسان للدائرتان

اثبت أن:

$$\text{ب ج} = \text{د ه}$$

الحل

في الدائرة الصغرى:

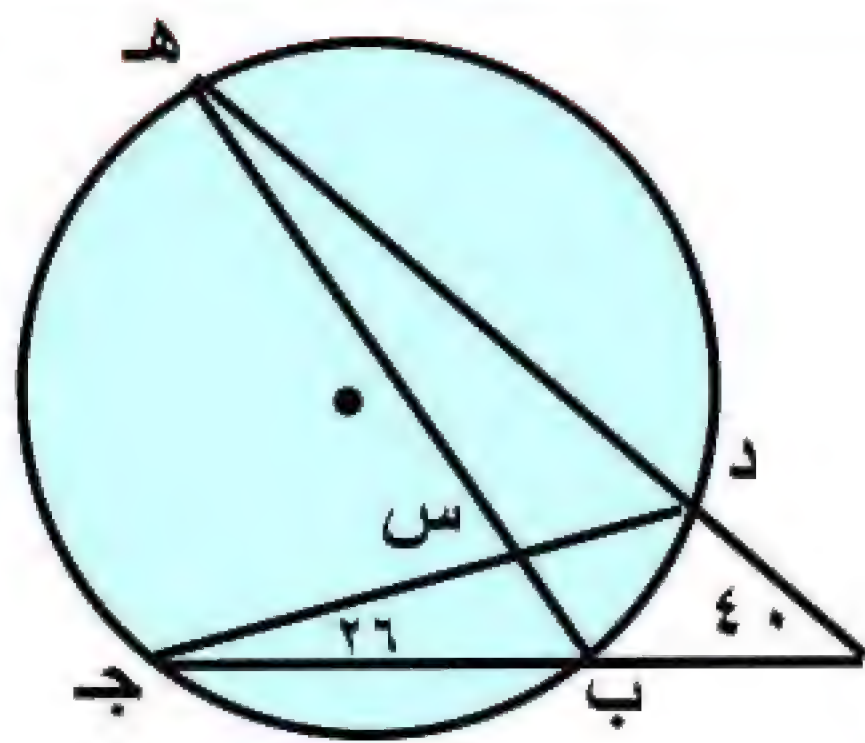
$$\because \text{أ ب} ، \text{أ د مماستان} \quad \therefore \text{أ ب} = \text{أ د} \quad ١$$

في الدائرة الكبرى:

$$\because \text{أ ج} ، \text{أ ه مماستان} \quad \therefore \text{أ ج} = \text{أ ه} \quad ٢$$

بطرح ١، ٢ ينتج أن: ب ج = د ه

٦٠ في الشكل المقابل:



$$\angle \text{ق (أ)} = 40^\circ$$

$$\angle \text{ق (ب ج د)} = 26^\circ$$

أوجد: ١) ق (ج ه)

٢) ق (ه س ج)

الحل

$$\angle \text{ق (د ب)} = 2 \times \angle \text{ق (ج ه)} = \text{المحيطة}$$

$$\angle \text{ق (د ب)} = 2 \times 26^\circ = 52^\circ$$

من تمرين مشهور:

$$\angle \text{ق (ج ه)} = 2 \times \angle \text{ق (أ)} + \angle \text{ق (د ب)}$$

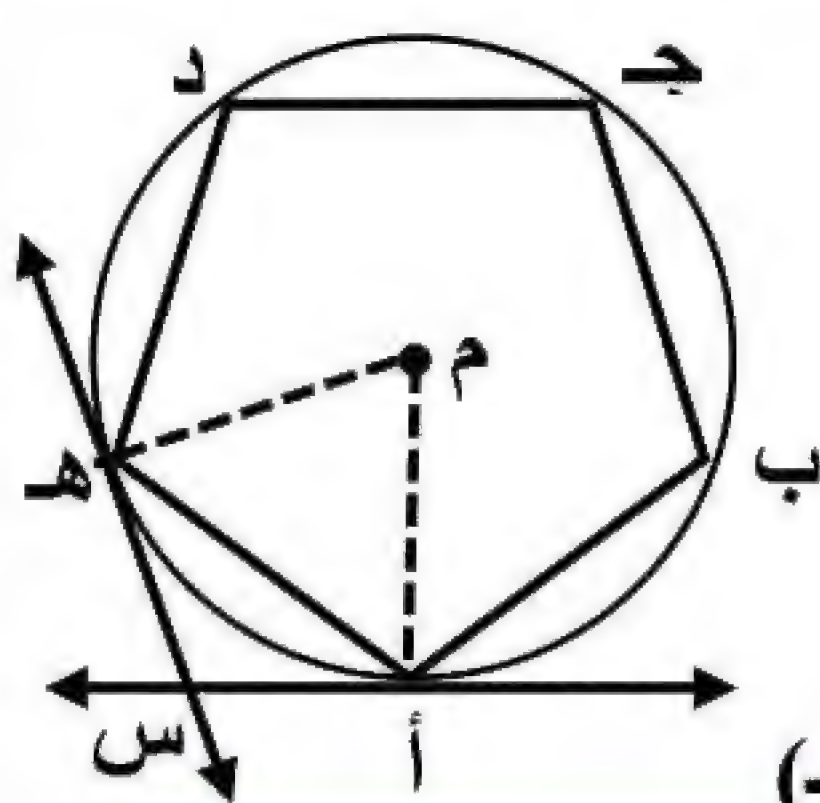
$$= 2 \times 40^\circ + 52^\circ = 132^\circ \quad \text{المطلوب الأول}$$

من تمرين مشهور:

$$\angle \text{ق (ه س ج)} = \frac{1}{2} [\angle \text{ق (د ب)} + \angle \text{ق (ج ه)}]$$

$$= \frac{1}{2} (52^\circ + 132^\circ) = 92^\circ$$

٦١ في الشكل المقابل:



أ ب ج د ه خماسي منتظم مرسوم

داخل الدائرة م

أ س مماس للدائرة عند أ

ه س مماس للدائرة عند ه

أوجد: ١- ق (أ ه) ٢- ق (أ س ه)

الحل

العمل: نرسم م أ ، م ه

∴ أ ب ج د ه خماسي منتظم

$$\therefore \text{أ ب} = \text{ب ج} = \text{ج د} = \text{د ه} = \text{أ ه}$$

$$\angle \text{ق (أ ب)} = \angle \text{ق (ب ج)} = \angle \text{ق (ج د)} = \angle \text{ق (د ه)} = \angle \text{ق (أ ه)}$$

$$\because \text{قياس الدائرة} = 360^\circ \quad \therefore \angle \text{ق (أ ه)} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \quad \text{أولا}$$

$$\angle \text{ق (أ ه)} = 72^\circ \quad \therefore \angle \text{ق (أ م ه)} = 72^\circ$$

$$\because \text{أ س مماس} \quad \therefore \angle \text{ق (م أ س)} = 90^\circ$$

$$\because \text{ه س مماس} \quad \therefore \angle \text{ق (م ه س)} = 90^\circ$$

في الشكل الرباعي م أ س ه:

$$\angle \text{ق (أ س ه)} = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 72^\circ) = 108^\circ$$

اختر الإجابة الصحيحة:

١ عدد محاور التماثل لأي دائرة هو

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٢ عدد محاور تماثل نصف الدائرة هو

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٣ وتر طوله ٨ سم في دائرة طول نصف قطرها ٥ سم فإنه يبعد عن مركزها سم

- (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٨

٤ إذا كان المستقيم $l \cap$ الدائرة $\Phi =$ فإن المستقيم l يكون

- (أ) محور تماثل (ب) خارج (ج) قاطع (د) مماس

٥ إذا كان المستقيم مماساً للدائرة التي قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها سم

- (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨

٦ دائرة محيطها 6π سم والمستقيم l يبعد عن مركزها ٣ سم فإن المستقيم l يكون

- (أ) مماس للدائرة (ب) قاطع للدائرة (ج) خارج الدائرة (د) قطر في الدائرة

٧ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على

- (أ) القطر (ب) الوتر (ج) الوتر المشترك (د) المماس

٨ دائرتان M ، N متماستان من الداخل، أنصاف أقطارهم ٥ سم، ٩ سم فإن $M \cap N =$ سم

- (أ) ١٤ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٩

٩ M ، N دائرتان متقاطعتان وطولاً نصفى قطريهما ٥ سم، ٢ سم فإن $M \cap N =$

- (أ) $[7, 3]$ (ب) $[7, 3]$ (ج) $[7, 3]$ (د) $[7, 3]$

١٠ إذا كان سطح الدائرة $M \cap$ سطح الدائرة $N = \{A\}$ وطول نصف قطر أحدهما ٣ سم، $M \cap N = ٨$ سم

فإن طول نصف قطر الأخرى =

- (أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ١١ (د) ١٦

١١ إذا كان الدائرتان M ، N متماستان من الخارج وطول نصف قطر إحدهما ٥ سم، $M \cap N = ٩$ سم

فإن طول نصف قطر الأخرى =

- (أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٩ (د) ١٤

١٢ M دائرة طول قطرها ٧ سم، A نقطة في مستوى الدائرة وكان $M \cap A = ٤$ سم فإن A تقع

- (أ) داخل الدائرة (ب) خارج الدائرة (ج) على الدائرة (د) على مركز الدائرة

١٣ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة هو

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

١٤ لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس

- (أ) المثلث (ب) المربع (ج) المعين (د) المستطيل

١٥ يمكن رسم دائرة تمر برؤوس

- (أ) معين (ب) مستطيل (ج) شبه منحرف (د) متوازي أضلاع

١٦ مركز الدائرة الداخلة لأي مثلث هو نقطة تقاطع

- (أ) متوسطات المثلث (ب) ارتفاعات المثلث (ج) محاور تماثل أضلاعه (د) منصفات زواياه الداخلة

١٧ مركز الدائرة الخارجة لأي مثلث هو نقطة تقاطع

- (أ) متوسطات المثلث (ب) ارتفاعات المثلث (ج) محاور تماثل أضلاعه (د) منصفات زواياه الداخلة

١٨ قياس القوس الذي يمثل ثلث قياس الدائرة =

- (أ) ٣٦٠ (ب) ١٨٠ (ج) ١٢٠ (د) ٩٠

١٩ النسبة بين قياس الزاوية المحيطية وقياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس =

- (أ) ٢ : ١ (ب) ٣ : ١ (ج) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

٢٠ طول نصف الدائرة التي طول نصف قطرها نق سم = سم

- (أ) 2π نق (ب) $\frac{1}{4}\pi$ نق (ج) $\frac{1}{3}\pi$ نق (د) π نق

٢١ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة =

- (أ) 45° (ب) 90° (ج) 120° (د) 180°

٢٢ أ ب ج د شكل رباعي دائري فيه ق (أ) $= 60^\circ$ فإن ق (ج) =

- (أ) 60° (ب) 30° (ج) 90° (د) 120°

٢٣ إذا كان الشكل أ ب ج د رباعي دائري وكان ق (أ) $= \frac{1}{4}\pi$ ق (ج) فإن ق (أ) =

- (أ) 90° (ب) 60° (ج) 120° (د) 180°

٢٤ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج =

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٢٥ المماسان المرسومان من نهايتي قطر في دائرة يكونان

- (أ) متوازيان (ب) منطبقان (ج) متقاطعان (د) متساويان في الطول

٢٦ الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين

- (أ) وتران (ب) مماسان (ج) وتر ومماس (د) وتر وقطر

٢٧ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتان هو

- (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٢٨ الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر في الدائرة تكون

- (أ) منعكسة (ب) قائمة (ج) منفرجة (د) حادة

٢٩ الشكل الرباعي الدائري في الأشكال التالية هو

- (أ) المعين (ب) المستطيل (ج) متوازي الأضلاع (د) شبه المنحرف

٣٠ إذا كانت نقطة تقع على الدائرة م التي قطرها ٦ سم فإن أ م = سم

- (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

٣١ المماس لدائرة طول نصف قطرها ٥ سم يكون على بعد سم من مركزها

- (أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) صفر (د) ٣

٣٢ دائرة طول أكبر وتر فيها = ١٢ سم فإن محيط الدائرة = سم

- (أ) 12π (ب) 6π (ج) 10π (د) 24π

٣٣ القطر هو يمر بمركز الدائرة

- (أ) وتر (ب) مستقيم (ج) شعاع (د) مماس

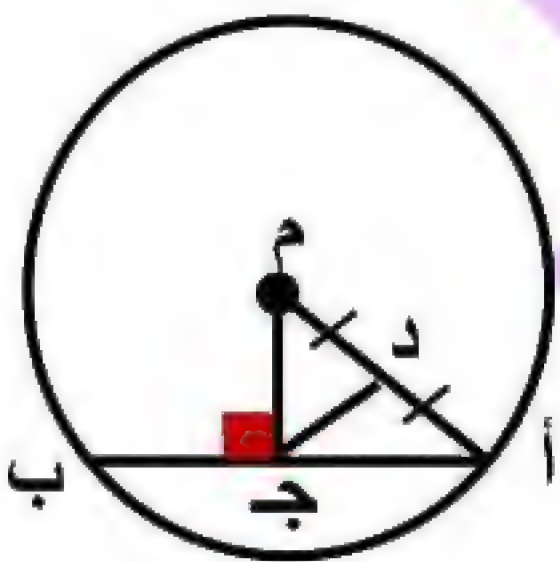
٣٤ أكبر أوتار الدائرة طولاً يسمى

- (أ) وتر (ب) قطر (ج) نصف قطر (د) مماس

٣٥ في الشكل المقابل: د منتصف أ ج ، م ج \perp أ ب ، ج د = ٣ سم

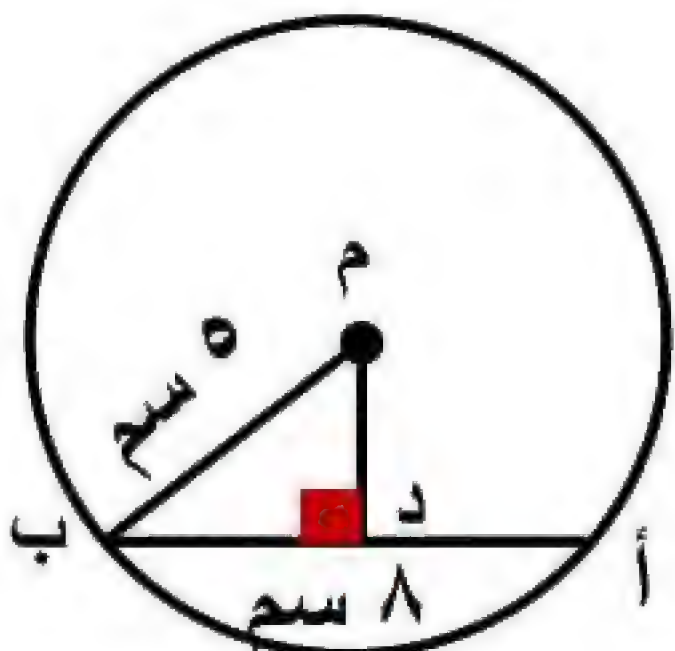
فإن مساحة سطح الدائرة م تساوى π سم^٢

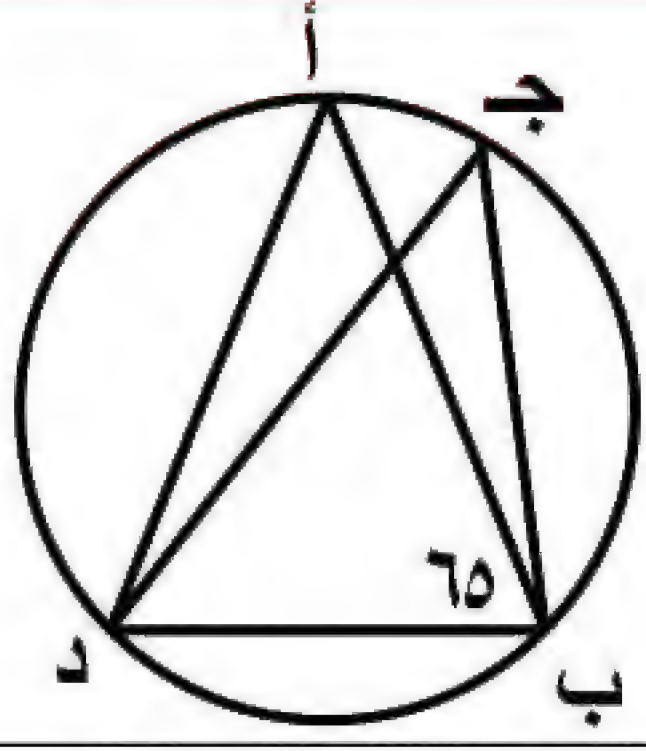
- (أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ٩ (د) ٣٦



٣٦ في الشكل المقابل: أ ب = ٨ سم ، م ب = ٥ سم فإن م د = سم

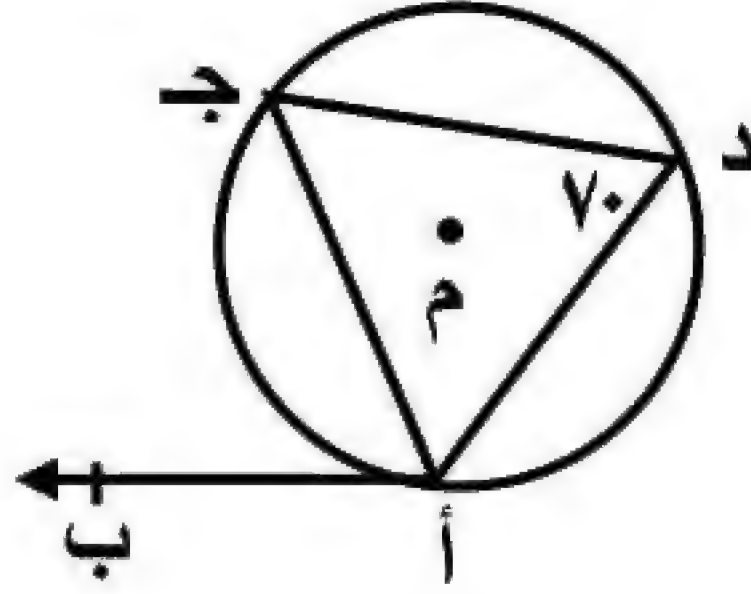
- (أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٢





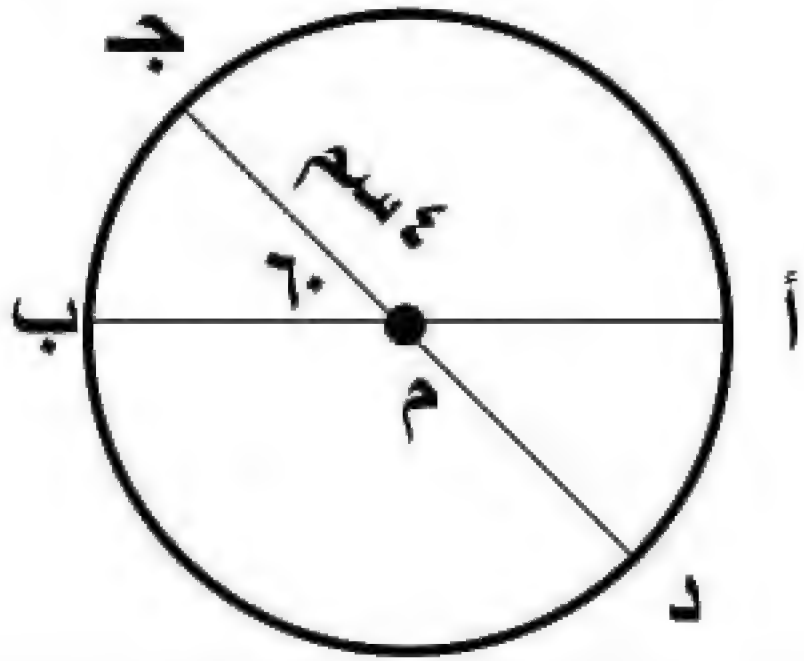
٣٧ في الشكل المقابل: $\angle ADB = 65^\circ$ ، $\angle ABC = 50^\circ$ ، فإن $\angle ACB = \dots^\circ$

- (أ) ١٥ (ب) ٢٥ (ج) ٣٥ (د) ٥٥



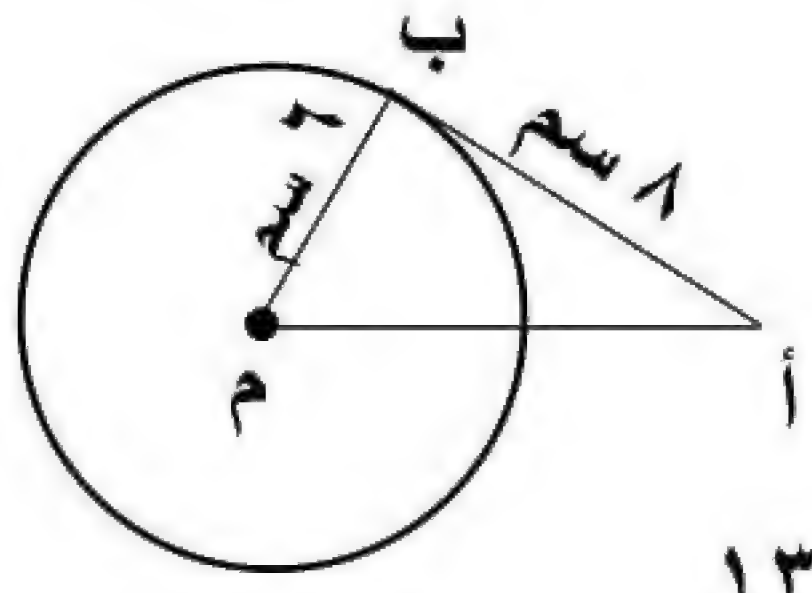
٣٨ في الشكل المقابل: $\angle ADB = 70^\circ$ ، $\angle ABC = 110^\circ$ ، فإن $\angle ACB = \dots^\circ$

- (أ) ١٤٠ (ب) ٣٥ (ج) ٧٠ (د) ١١٠



٣٩ في الشكل المقابل: $\angle ADB = 16^\circ$ ، $\angle ADB = 16^\circ$ ، فإن طول بـ $\widehat{AB} = \dots$

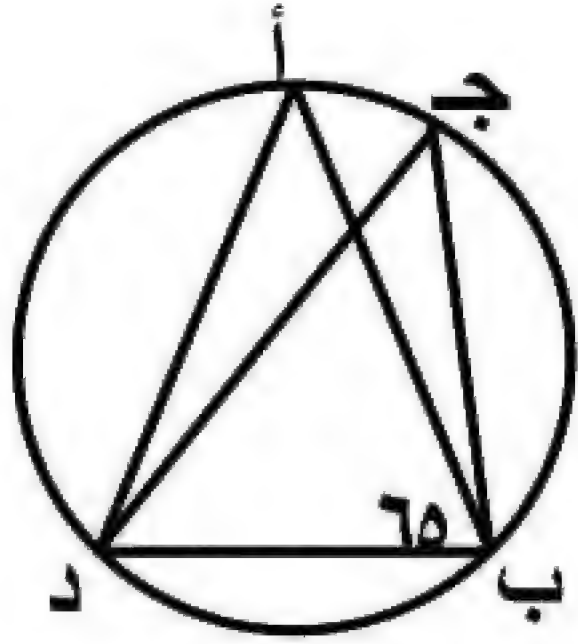
- (أ) $\pi \cdot 4$ (ب) $\pi \cdot 8$ (ج) $\pi \cdot \frac{8}{3}$ (د) $\pi \cdot 16$



٤٠ في الشكل المقابل: $\angle ADB = 12^\circ$ ، $\angle ADB = 12^\circ$ ، فإن $\angle ADB = \dots^\circ$

م ب = ٦ سم ، أ ب = ٨ سم ، فإن أ م = سم

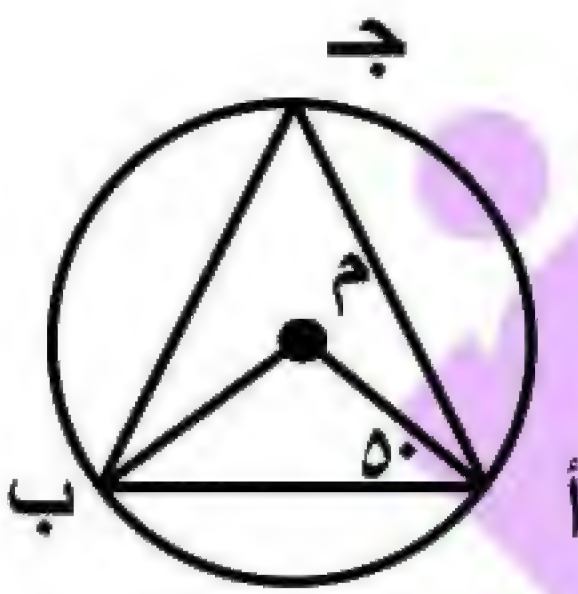
- (أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) ١٢ (د) ١٣



٤١ في الشكل المقابل: دائرة مركزها م

إذا كان $\angle ADB = 50^\circ$ ، فإن $\angle ACB = \dots^\circ$

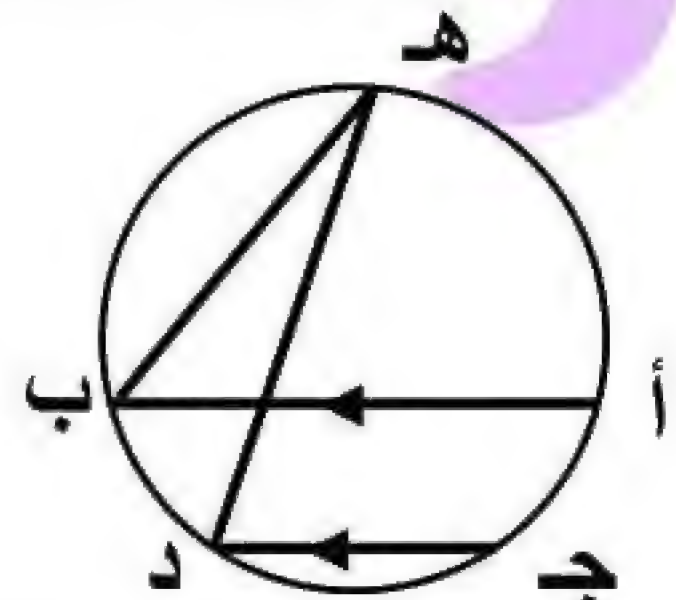
- (أ) ٢٥ (ب) ٥٠ (ج) ١٠٠ (د) ١٥٠



٤٢ في الشكل المقابل: دائرة مركزها م

ق (م أ ب) = 50° ، فإن ق (ب ج) = \dots°

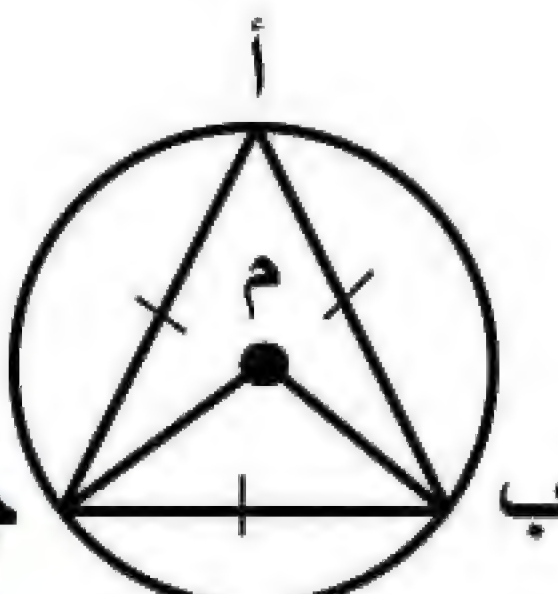
- (أ) ٥٠ (ب) ٨٠ (ج) ٤٠ (د) ٣٠



٤٣ في الشكل المقابل: $\angle ADB = 30^\circ$ ، $\angle ABC = 60^\circ$ ، فإن $\angle ACB = \dots^\circ$

ق (أ ج) = 30° ، فإن ق (ب هـ) = \dots°

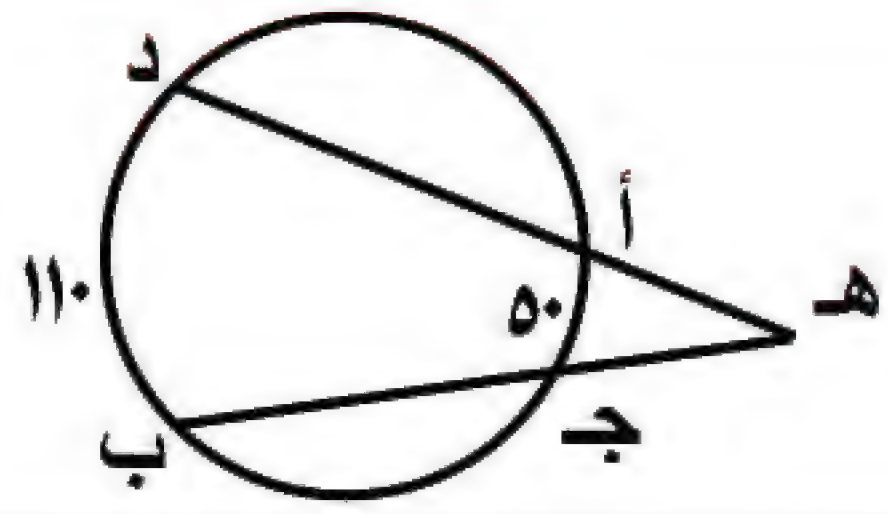
- (أ) ١٠ (ب) ١٥ (ج) ٣٠ (د) ٦٠



٤٤ في الشكل المقابل: $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع

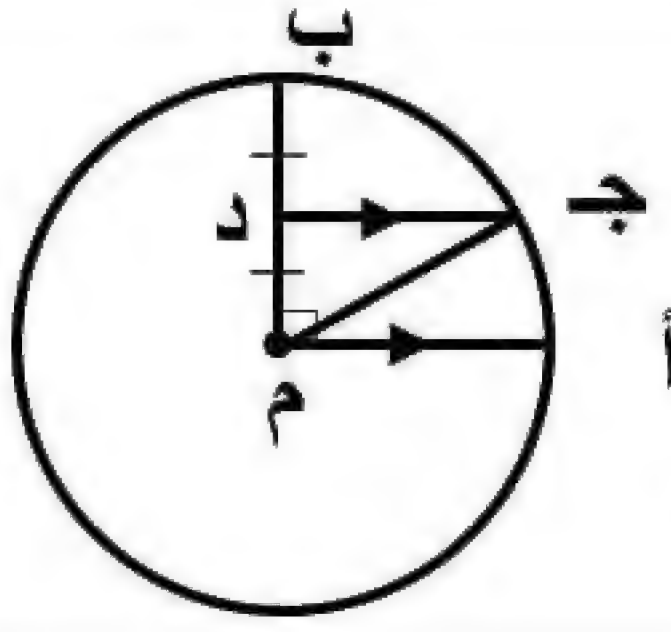
فإن ق (ب م ج) = \dots°

- (أ) ٥٠ (ب) ٦٠ (ج) ١٢٠ (د) ١٠٠



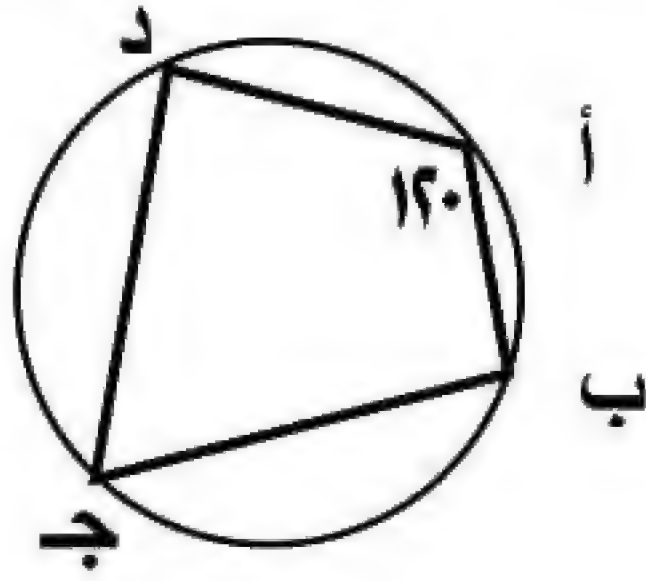
(د) ٣٠°

٤٥ في الشكل المقابل : ق (أ ج) = ٥٠°
ق (د ب) = ١١٠° فإن ق (هـ) =
(أ) ٦٠° (ب) ٥٠° (ج) ٤٠° (د) ٣٠°



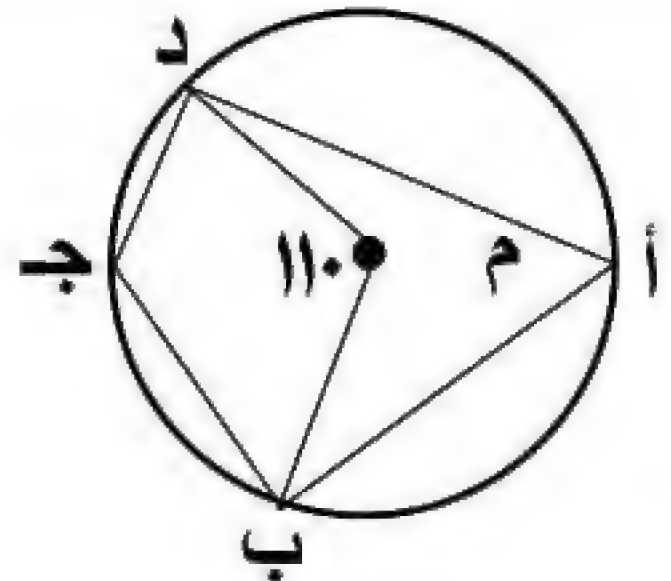
(د) ٩٠°

٤٦ في الشكل المقابل : أم // جد ، م د = د ب
ق (أ م ب) = ٩٠° فإن ق (أ ج) =
(أ) ٤٥° (ب) ٦٠° (ج) ٣٠° (د) ٩٠°



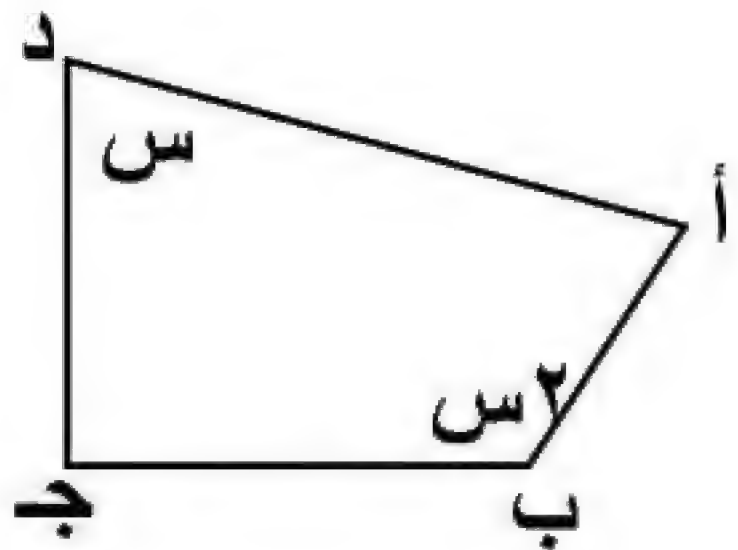
(د) ١٨٠°

٤٧ في الشكل المقابل : ق (أ) = ١٢٠°
فإن ق (ج) =
(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (ج) ١٢٠° (د) ١٨٠°



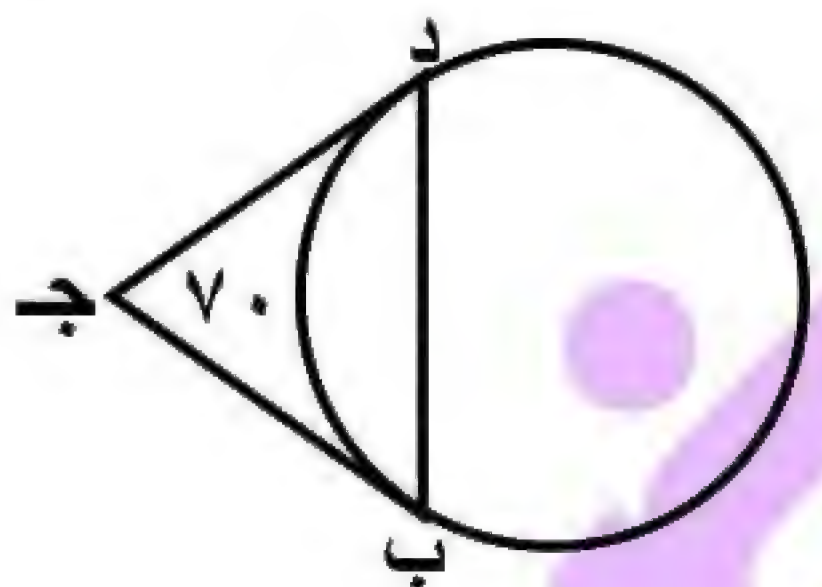
(د) ٥٥°

٤٨ في الشكل المقابل : دائرة مركزها م
ق (ب م د) = ١١٠° فإن ق (ج) =
(أ) ٧٠° (ب) ١١٠° (ج) ١٢٥° (د) ٥٥°



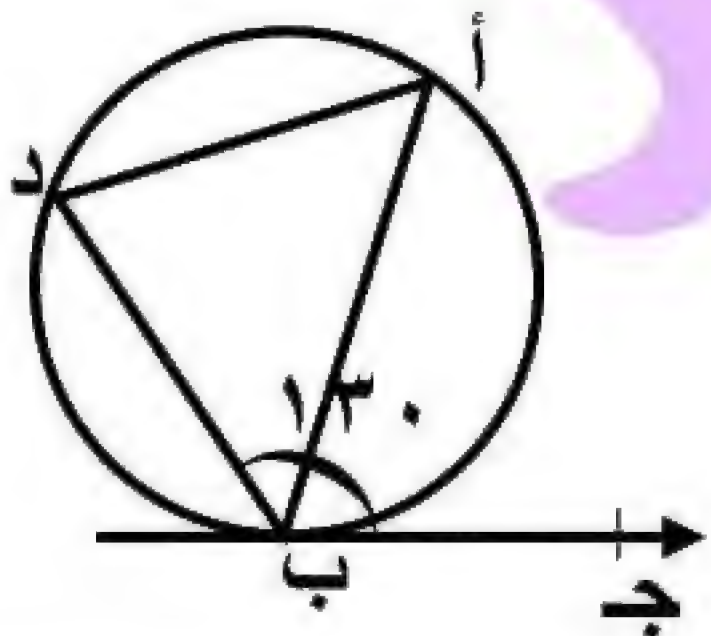
(د) ٥٠°

٤٩ في الشكل المقابل : أ ب ج د شكل رباعي دائري
فإن س =
(أ) ١٢٠° (ب) ١٠٠° (ج) ٦٠° (د) ٥٠°



(د) ٥٥°

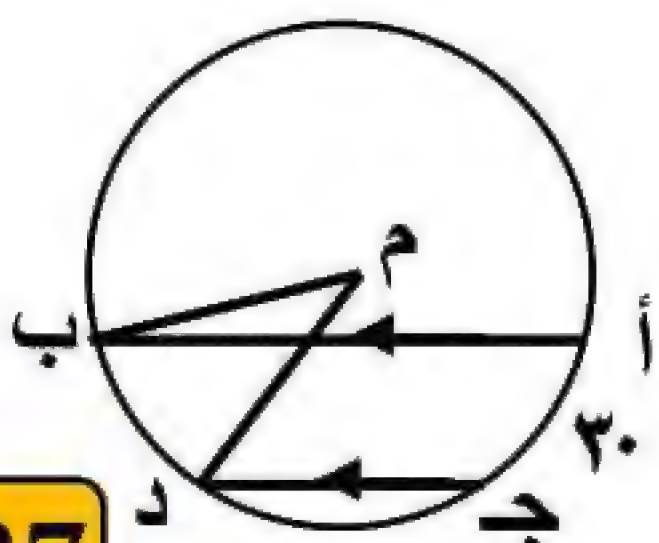
٥٠ في الشكل المقابل : ج ب ، ج د قطعتان مماستان
ق (ج) = ٧٠° فإن ق (د ب) الأصغر =
(أ) ٧٠° (ب) ١١٠° (ج) ١٢٥° (د) ٥٥°



(د) ١٨٠°

٥١ في الشكل المقابل : ب ج مماس للدائرة
ق (د ب ج) = ١٣٠° فإن ق (أ) =
(أ) ٥٠° (ب) ٦٥° (ج) ١٣٠° (د) ١٨٠°

٥٢ في الشكل المقابل : أ ب // ج د



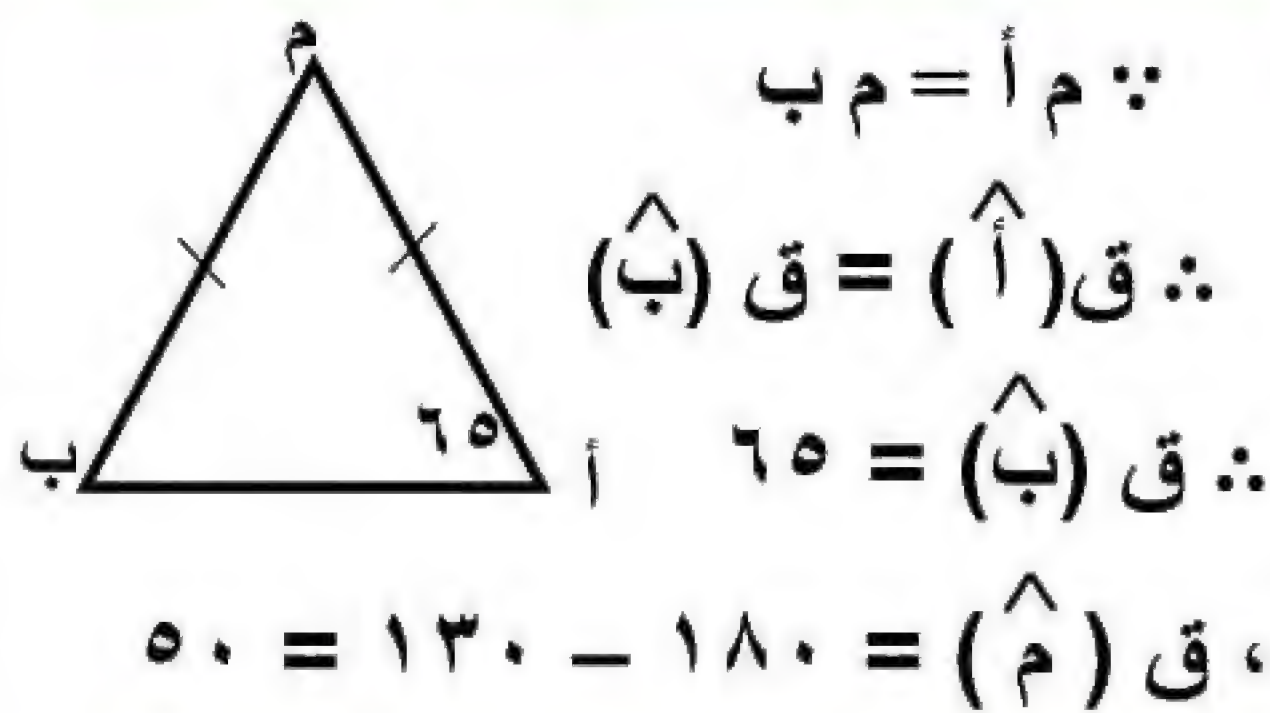
(د) ٦٠°

ق (أ ج) = ٣٠° فإن ق (ب م د) =
(أ) ١٠° (ب) ١٥° (ج) ٣٠° (د) ٦٠°

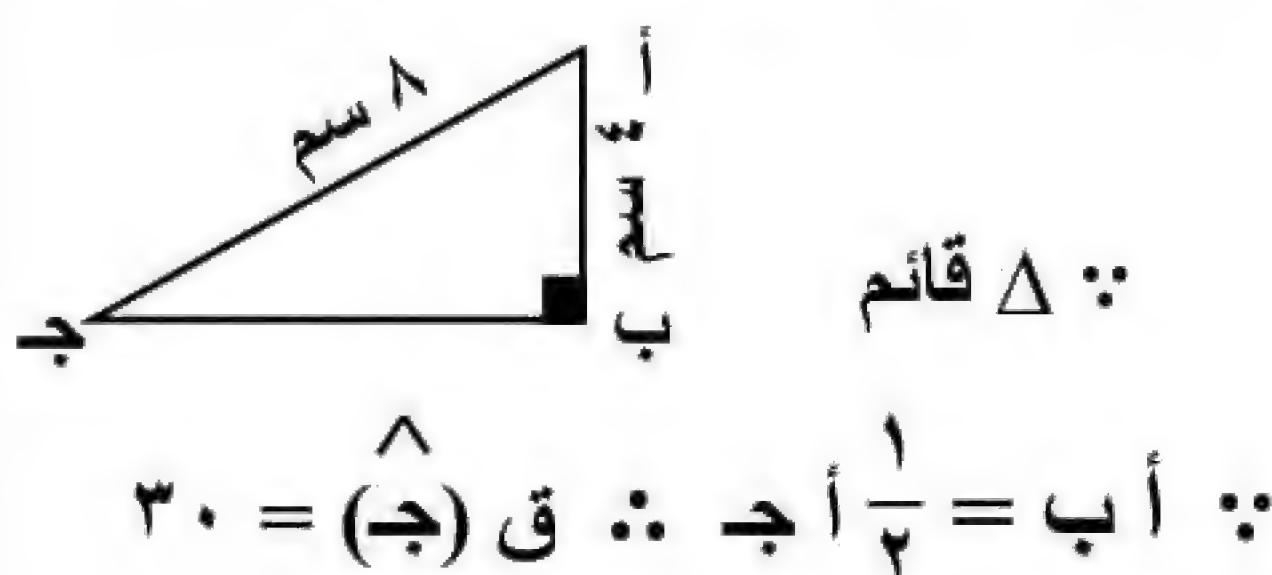
تراكمي هندسة

- ① مساحة المعين الذي طول قطريه ٦ سم ، ٨ سم = سم^٢
- ② مجموع طولى أي ضلعين في المثلث طول الضلع الثالث
- ③ في المثلث أ ب ج إذا كان $(أ ج)^\circ = (أ ب)^\circ + (ب ج)^\circ$ فإن زاوية ب تكون
- ④ في المثلث أ ب ج إذا كان $(أ ج)^\circ < (أ ب)^\circ + (ب ج)^\circ$ فإن زاوية ب تكون
- ⑤ في المثلث أ ب ج إذا كان $(أ ج)^\circ < (أ ب)^\circ + (ب ج)^\circ$ فإن زاوية ب تكون
- ⑥ قياس زاوية الشكل السداسى المنتظم =
- ⑦ عدد محاور تماثل المربع = ، عدد محاور تماثل المستطيل =
- ⑧ ميل المستقيم الذى معادلته ٣ س - ٤ ص + ١٢ = ٠ هو
- ⑨ ميل المستقيم الموازى لمحور السينات =
- ⑩ عدد محاور تماثل نصف الدائرة عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين
- ⑪ القطران المتساويان في الطول وغير متعامدان في
- ⑫ مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته = سم^٢
- ⑬ إذا كان أ ب قطر فى دائرة م حيث أ (٣ ، - ٥) ، ب (٥ ، ١) فإن مركز الدائرة م هو
- ⑭ دائرة محيطها ٨π فإن طول قطرها =
- ⑮ في المثلث القائم طول المتوسط الخارج من الزاوية القائمة يساوى
- ⑯ في المثلث القائم طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ يساوى
- ⑰ عدد المستطيلات في الشكل المقابل

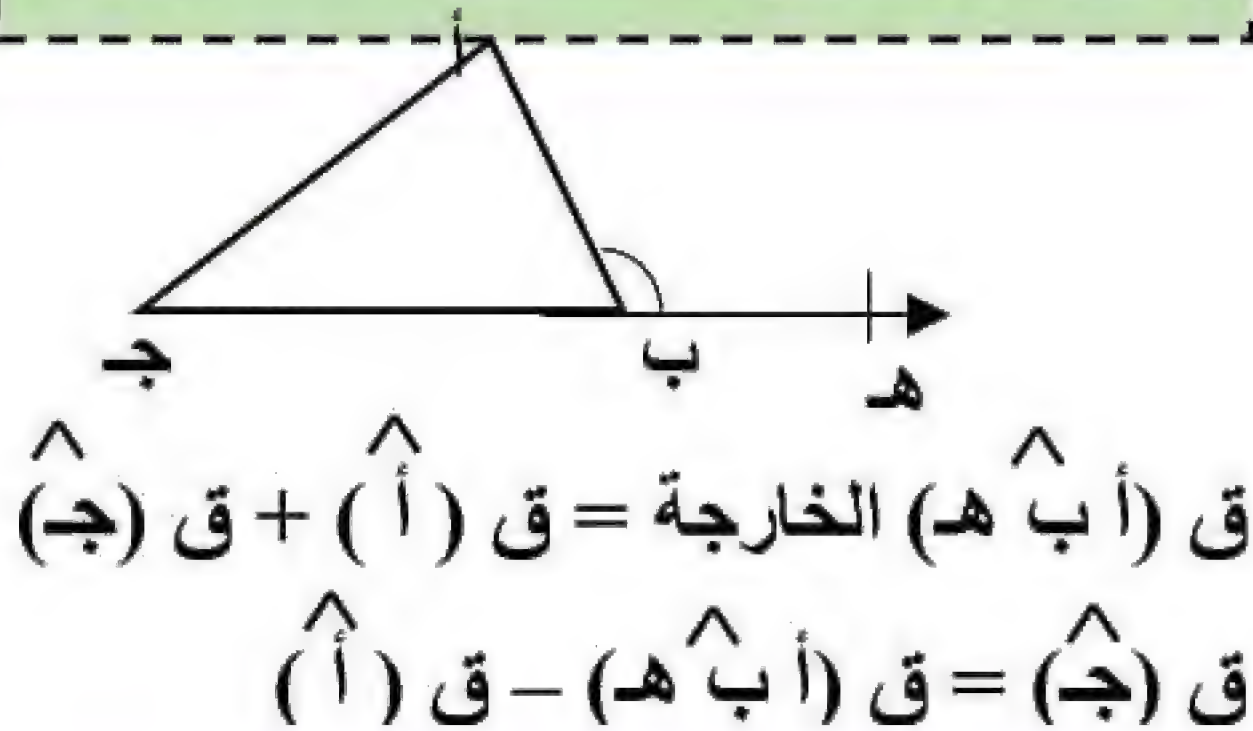
--	--	--
- ⑱ إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة فإن القطعة المستقيمة المستقيم
- ⑲ مربع طول قطره ٦ سم فإن مساحته = سم^٢
- ⑳ الأعداد ٥ ، ٤ ، تصلح أطوال أضلاع مثلث (٨ ، ١٠ ، ٩ ، ١٢)
- ㉑ إذا كان قياس إحدى زاويتي القاعدة في مثلث متساوى الساقين ٣٠° فإن قياس زاوية الرأس =°
- ㉒ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع =°

في المثلث المتساوي الساقين
زاويتا القاعدة متساويتان

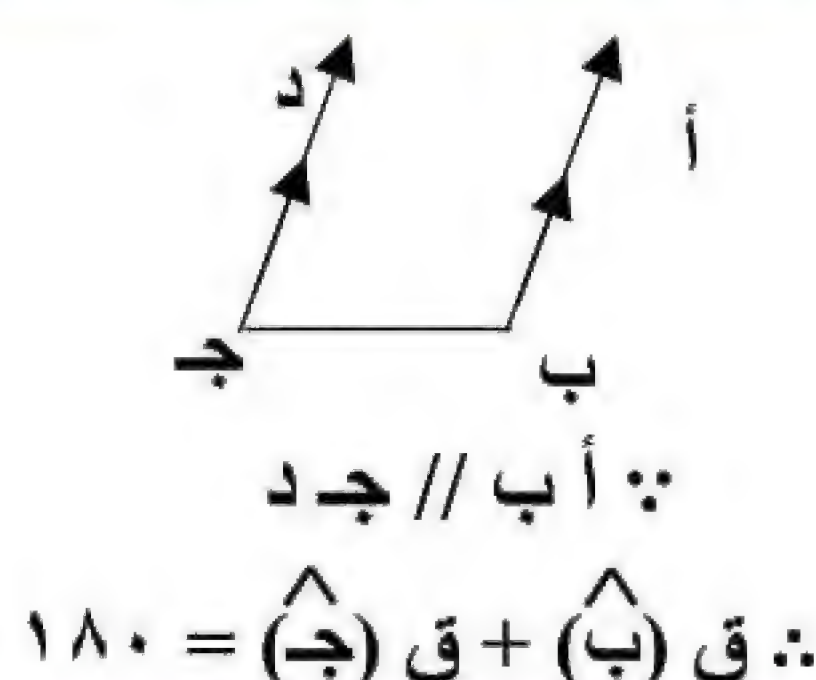
إذا كان طول الضلع = نصف طول
الوتر فإن الزاوية المقابلة له = ٣٠



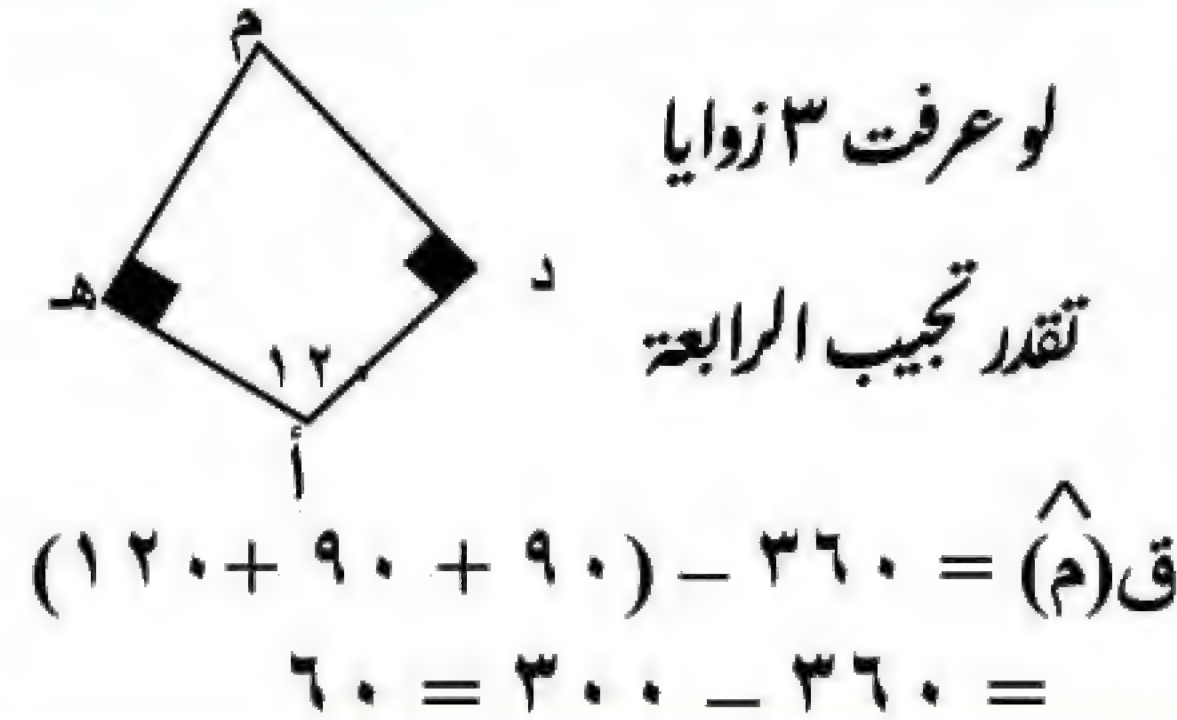
قياس الزاوية الخارجة عن المثلث =
مجموع الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة



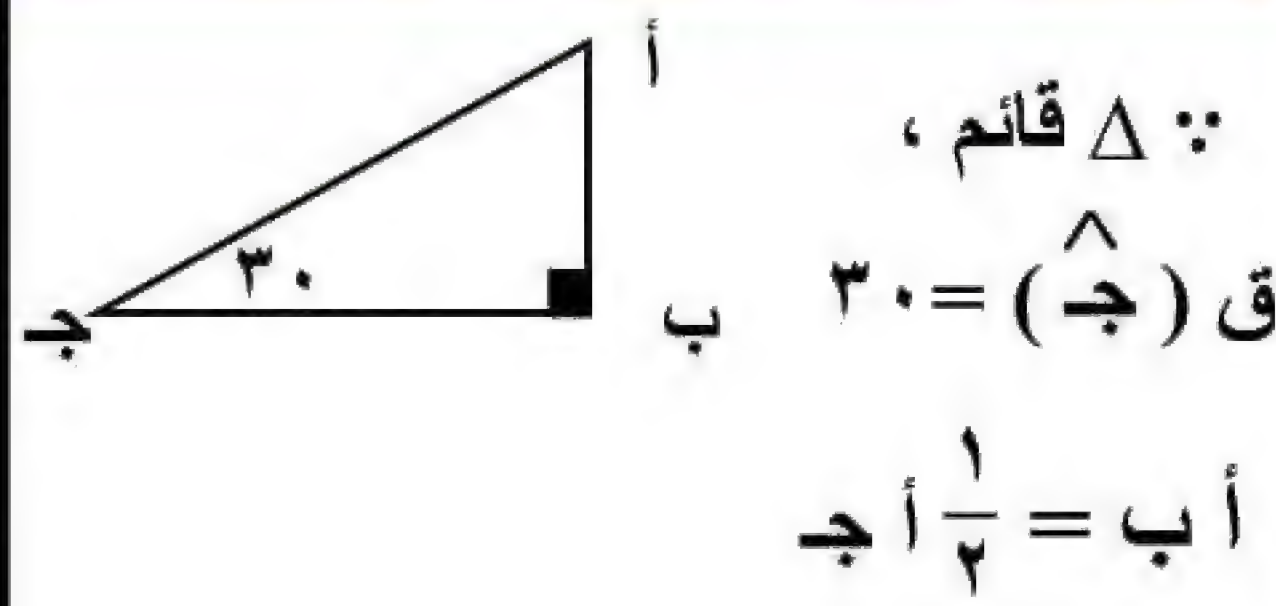
إذا وجد توازي حرف U فإن
الزاويتان المتداخلتان متكاملتان



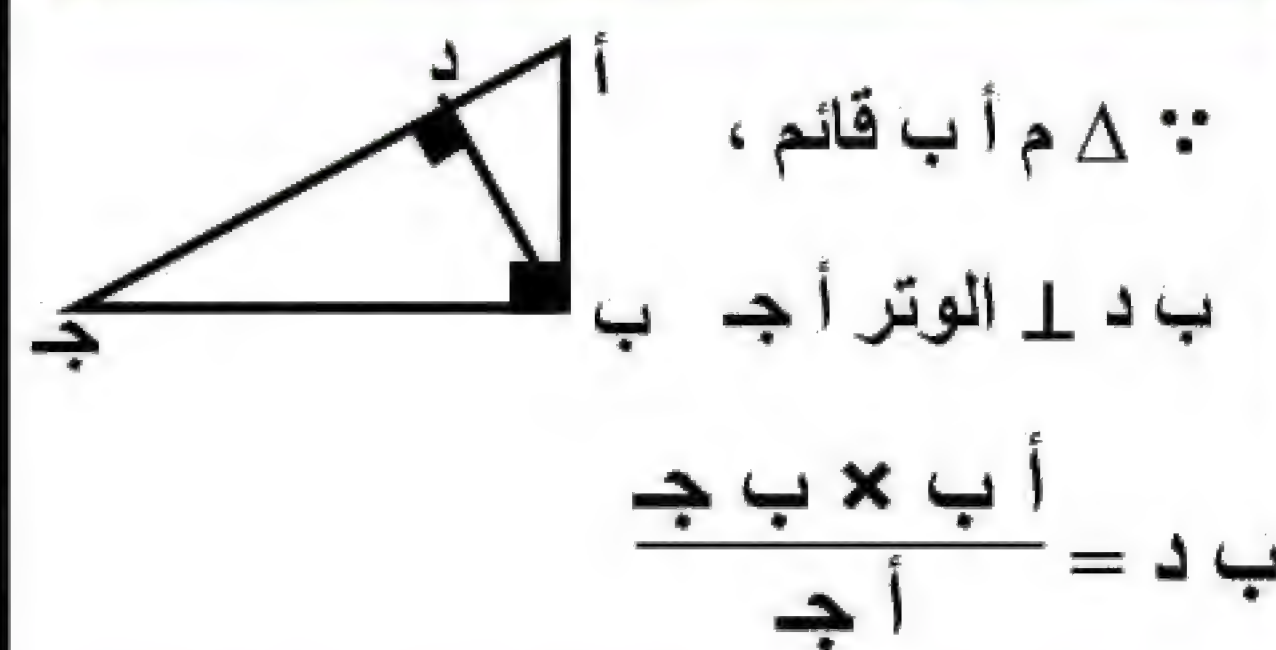
المثلث المتساوي الأضلاع

مجموع قياسات زوايا
الشكل الرباعي = ٣٦٠

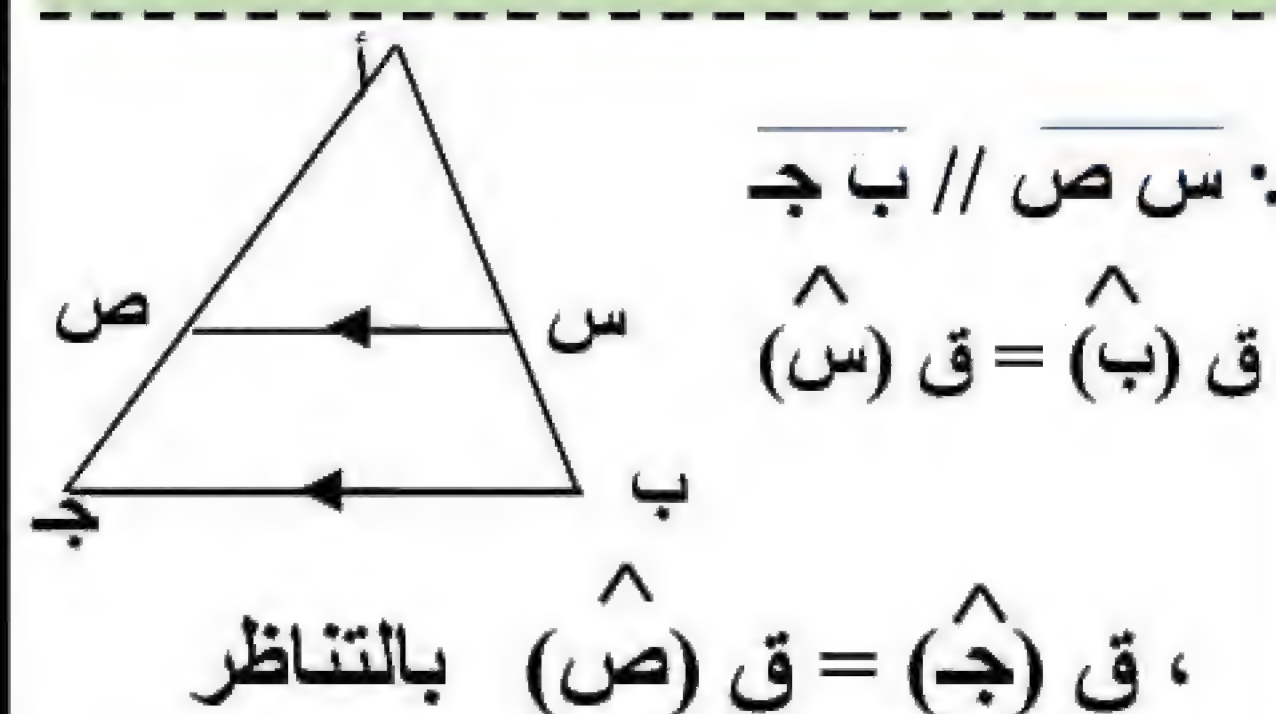
طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠
= نصف طول الوتر



نظرية إقليدس

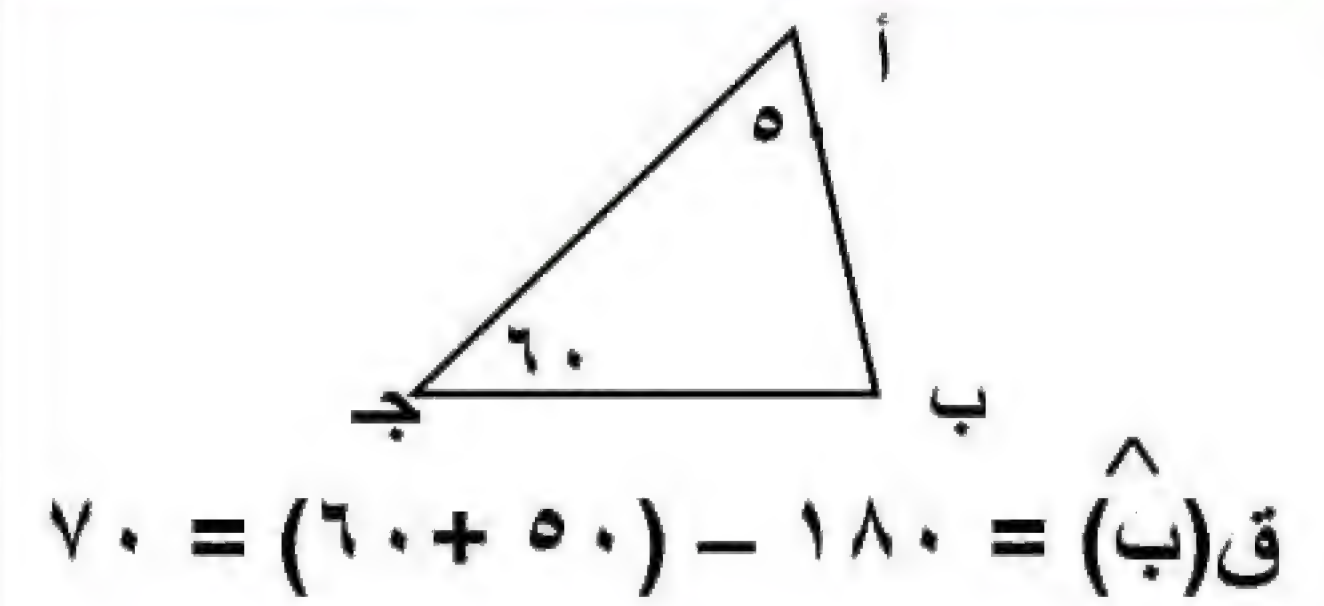


إذا وجد توازي حرف F فإن
الزاويتان المتناظرتان متساويتان

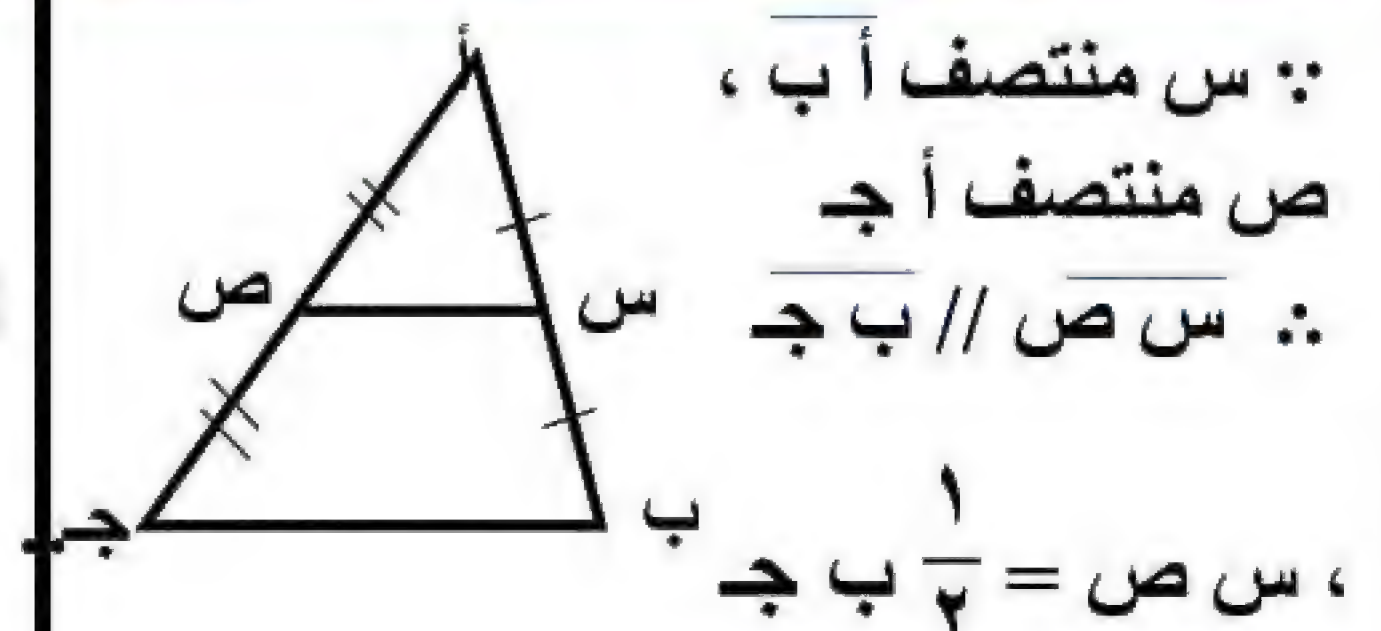


حالات تطابق مثلثين

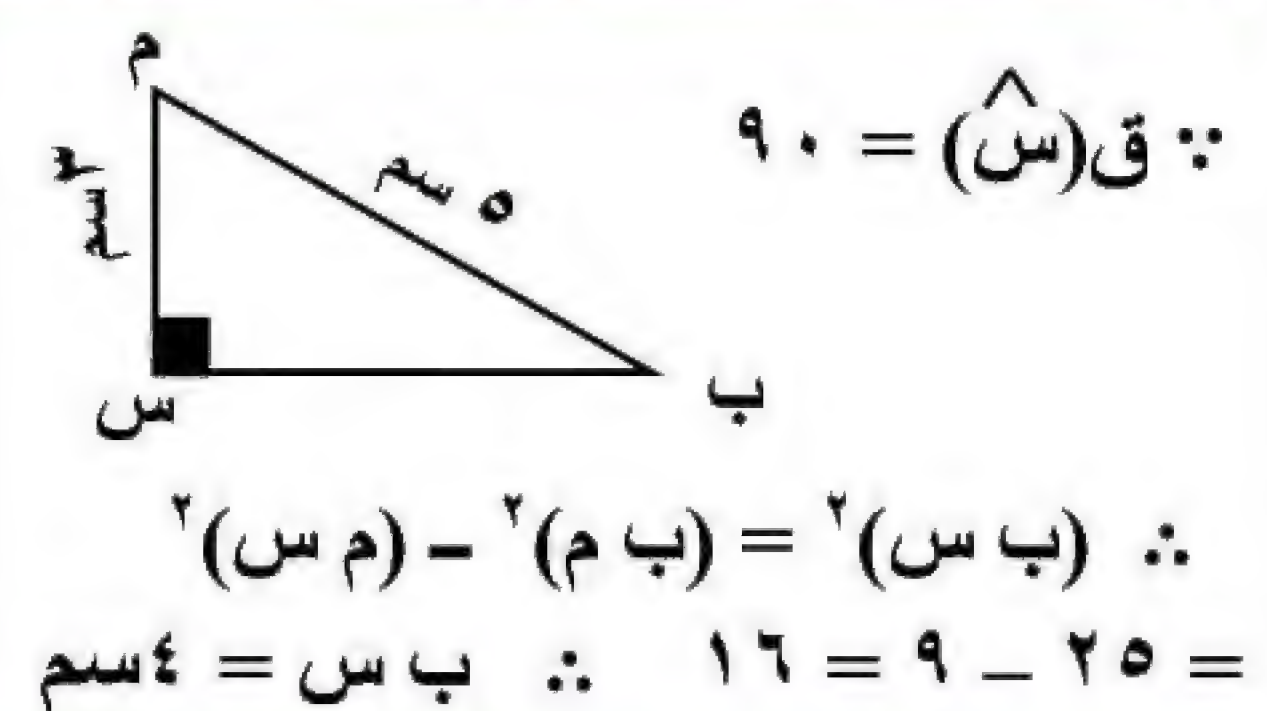
- ضلعان والزاوية المحصورة بينهما
- زاويتان والضلع المرسوم بينهما
- وتر وضلع (في المثلث القائم)

مجموع قياسات زوايا $\Delta = 180$ 

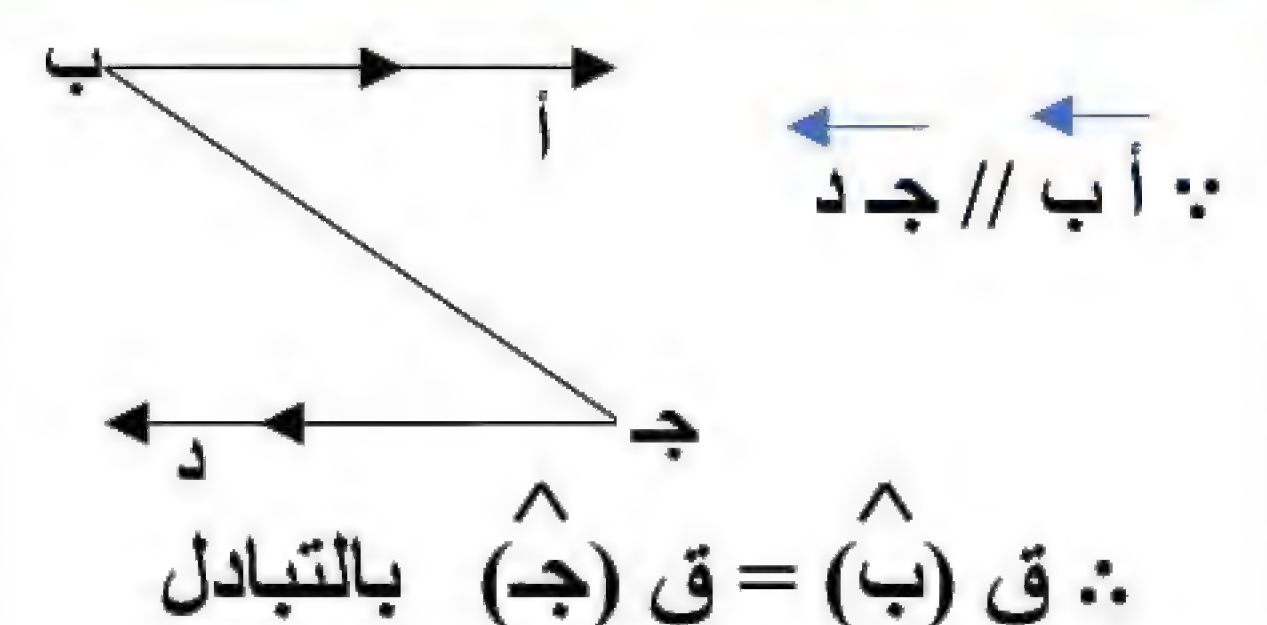
القطعة الواصلة بين منتصفى
ضلعين توازي الضلع الثالث



نظرية فيثاغورث



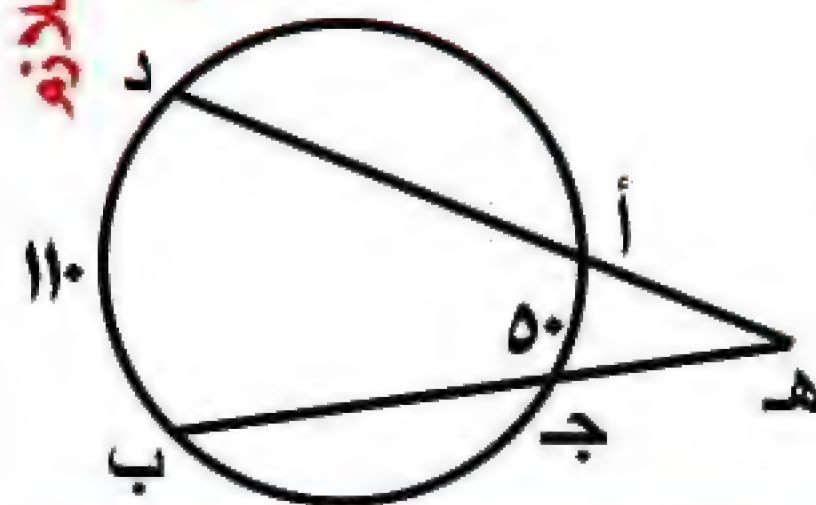
إذا وجد توازي حرف Z فإن
الزاويتان المتبادلتان متساويتان

لإثبات التوازي
نبحث عن إحدى الحالات الآتية:

- ◆ زاويتان متبادلتان متساويتان
- ◆ زاويتان متناظرتان متساويتان
- ◆ زاويتان متداخلتان متكاملتان

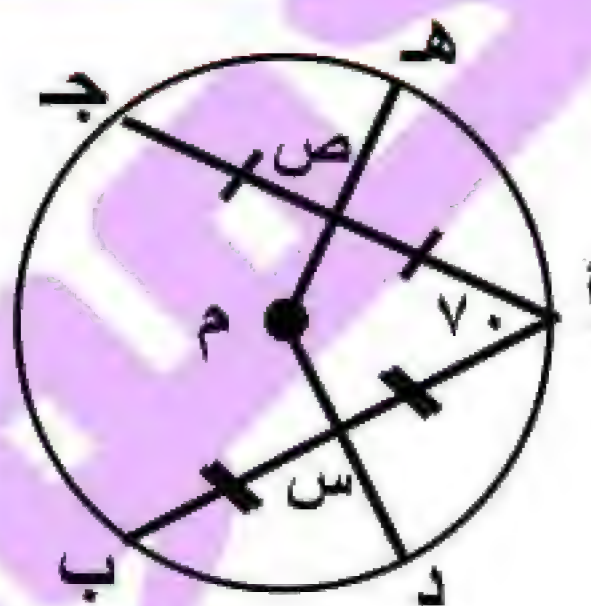
السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين

- 1 الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة
(أ) حادة (ب) منفرجة (ج) مستقيمة (د) قائمة
- 2 المماس لدائرة طول قطرها ٨ سم يكون على بعد سم من مركزها
(أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ٨ (د) ٦
- 3 عدد المماسات المشتركة لداثرتين متباعدتين =
(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤
- 4 إذا كان أ ب ج د شكل رباعي دائري وكان ق (ب) = $\frac{1}{2}$ ق (د) فإن ق (ب) =
(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (ج) ٩٠ (د) ١٢٠
- 5 إذا كان الشكل أ ب ج د ~ الشكل س ص ع ل فإن ق (ب) = ق (.....)
(أ) س (ب) ص (ج) ع (د) ل
- 6 في الشكل المقابل: ق (أ ج) = ٥٠ ، ق (ب د) = ١١٠ فإن ق (هـ) =
(أ) ٦٠ (ب) ٥٠ (ج) ٤٠ (د) ٣٠



(١) في الشكل المقابل:

أ ب ، أ ج وتران متساويان في الطول
س منتصف أ ب ، ص منتصف أ ج
ق (ج أ ب) = ٧٠°
(١) أوجد ق (د هـ)
(٢) اثبت أن س د = ص هـ



السؤال الثاني

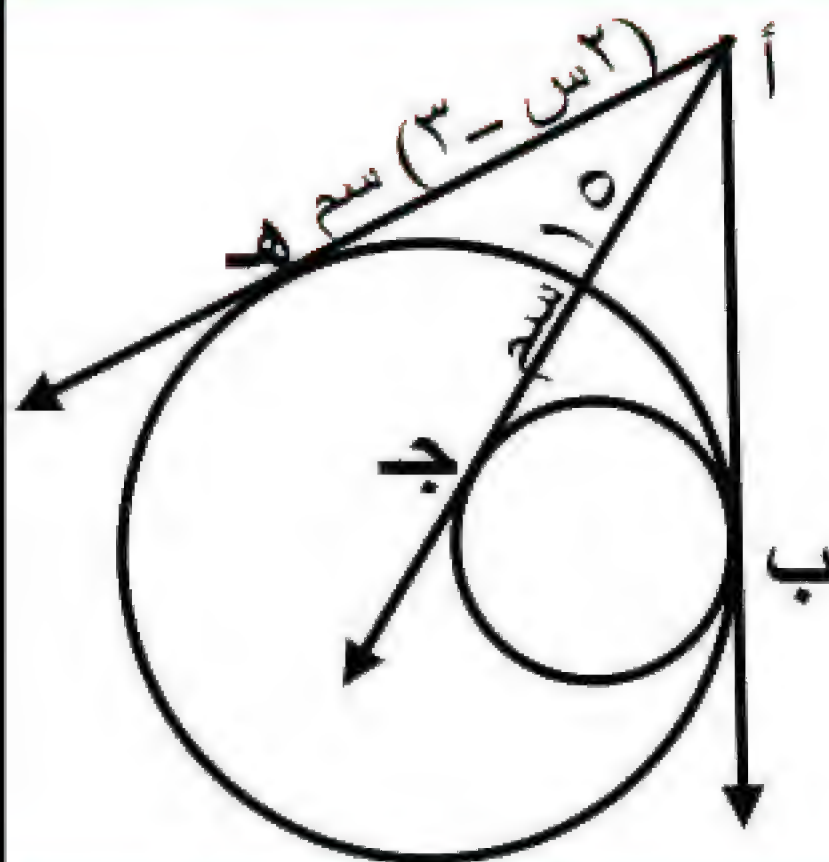
في الشكل المقابل:

أ ب ، أ ج ، أ هـ مماسات

أ ج = ١٥ سم

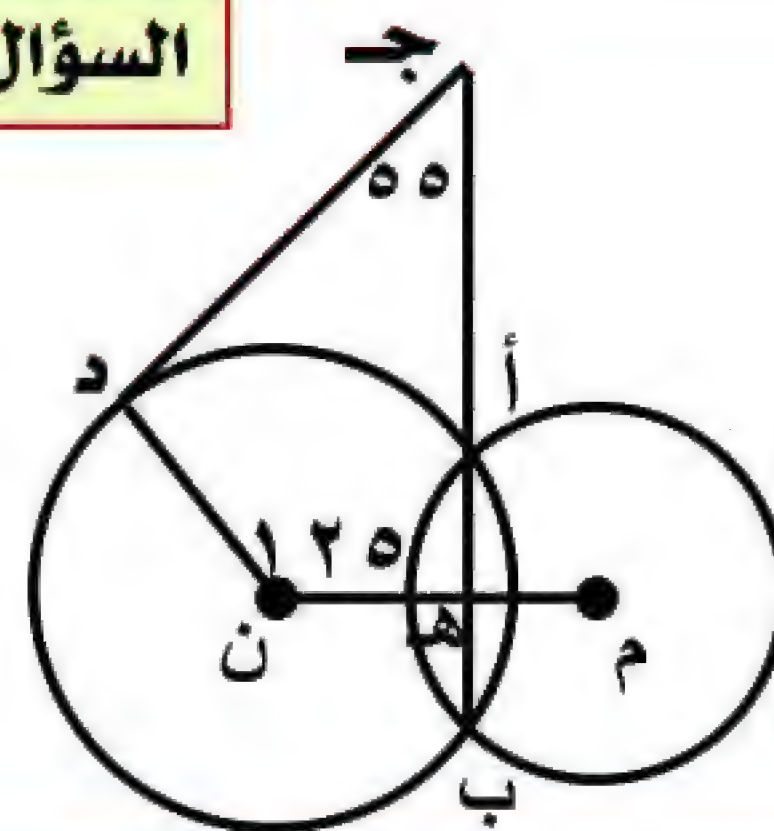
أ هـ = (٢س - ٣) سم

أوجد قيمة س



(١) في الشكل المقابل:

م، ن دائرتان متقاطعتان في أ، ب
 ق (م ن د) = ١٢٥°
 ق (ب ج د) = ٥٥°
 اثبت أن ج د مماس



السؤال الثالث

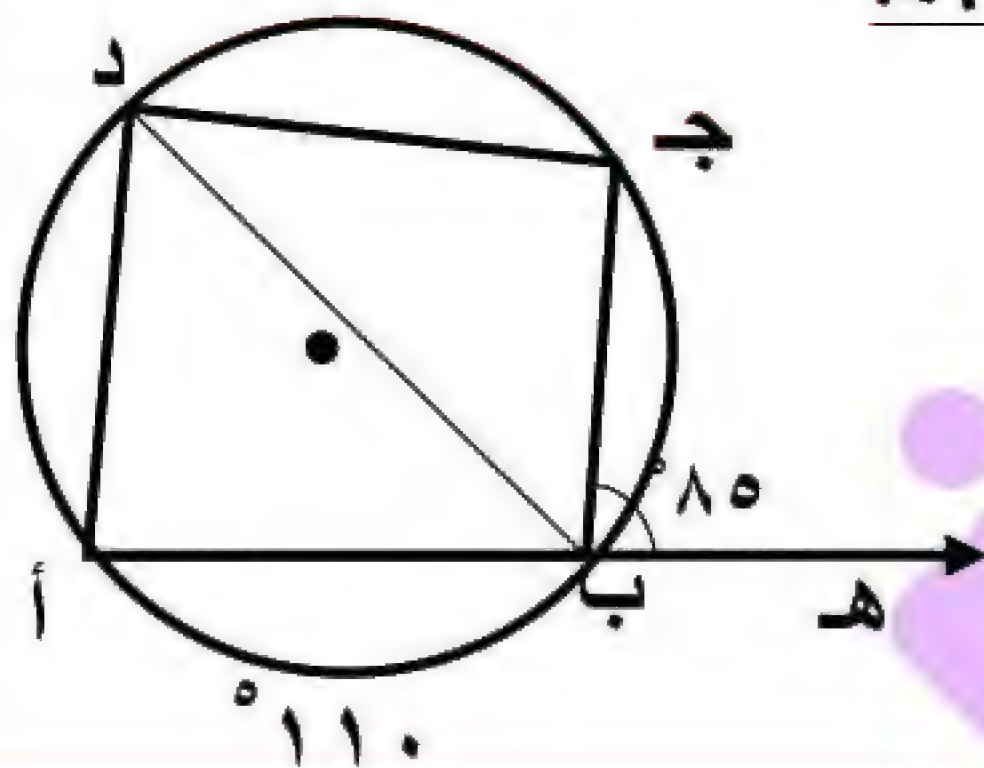
ث (ب) في الشكل المقابل:

هـ \supset أ ب ،

ق (أ ب) = 110°

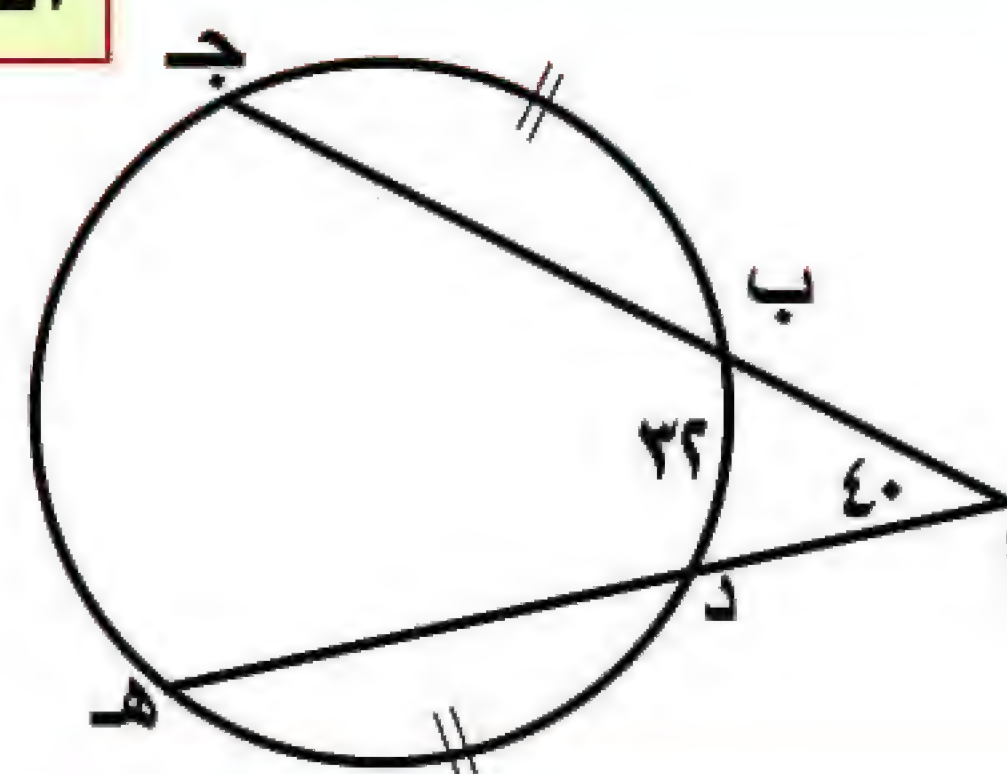
ق (ج ب هـ) = 85°

أوجد: ق (ب د ج)



(أ) في الشكل المقابل:

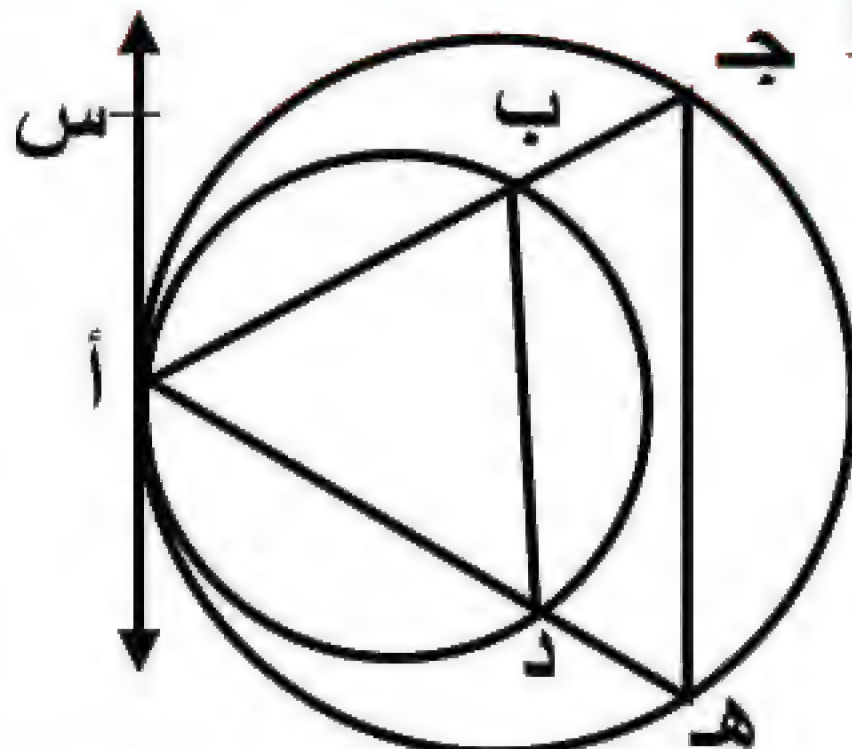
ق (أ) = ٤٠^٥
 ق (ب) = ٣٢^٥
 ق (ب) = ق (د) (د هـ)
 أوجد : ١ ق (ج هـ)
 ٢ ق (ب جـ)



السؤال الرابع

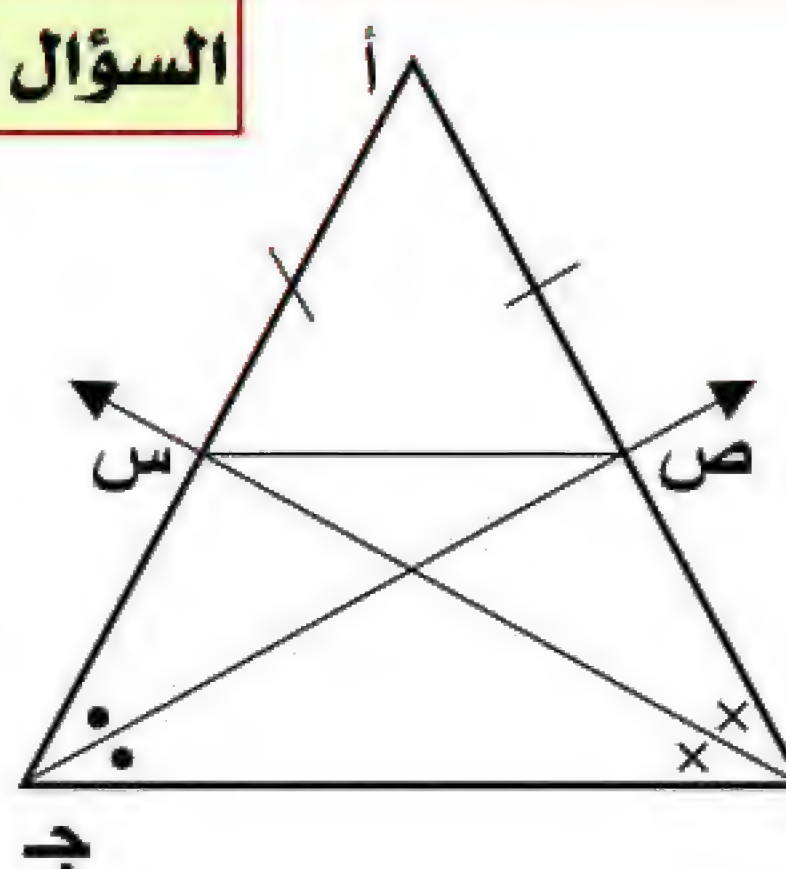
إيج (ب) في الشكل المقابل:

أ س مماس مشترك
لداثرتين متماستين
اثبت أن : $\overline{ب د} // \overline{ج ه}$



(أ) في الشكل المقابل:

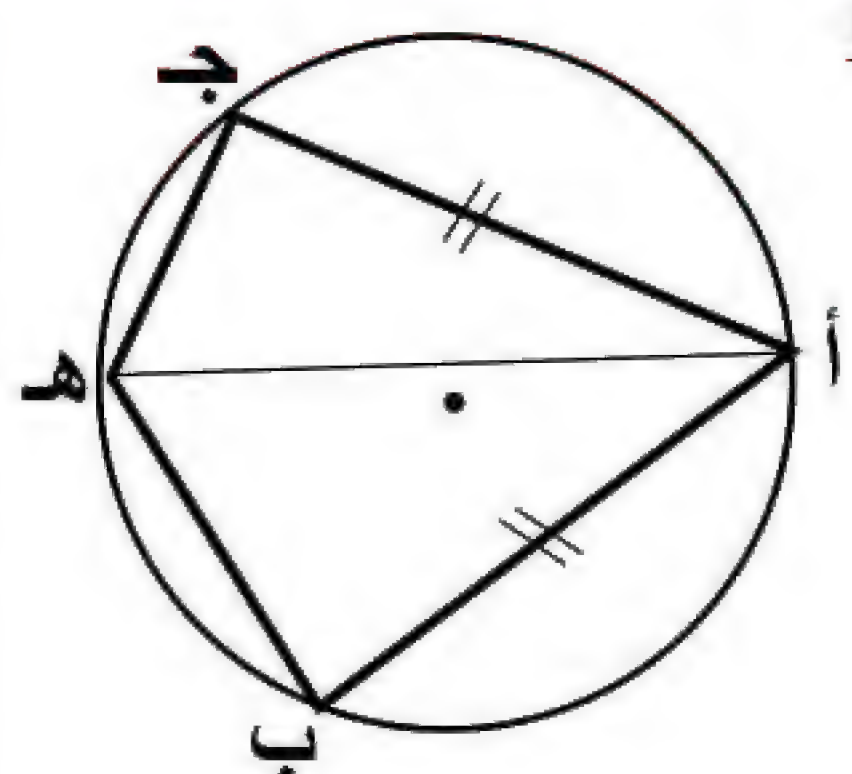
أب = أ ج ، باس ينصف ب
ج ص ينصف ج
اشت أن:



السؤال الخامس

د **(ب)** في الشكل المقابل:

أ ب = أ ج
هـ \in ب ج
اثبت أن :
ق (أ هـ ب) = ق (أ هـ ج)



♦ السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين

١ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٢ إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الداخل وطول نصف قطر أحدهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الأخرى =

- (أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ١١ (د) ١٢

٣ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحداً المركز =

- (أ) صفر (ب) ٢ (ج) ١ (د) ٣

٤ في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين

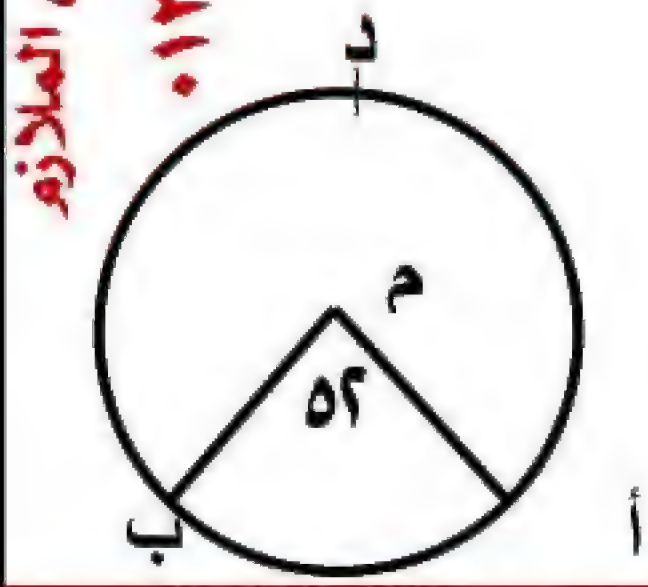
- (أ) متساويتان (ب) متكاملتان (ج) متبادلتان (د) متتامتان

٥ م ، ن دائرتان متقاطعتان وطولاً نصفي قطريهما ٥ سم ، ٢ سم فإن م ن = ٣

- (أ) [٧ ، ٣] (ب) [٧ ، ٣] (ج) [٧ ، ٣] (د) [٧ ، ٣]

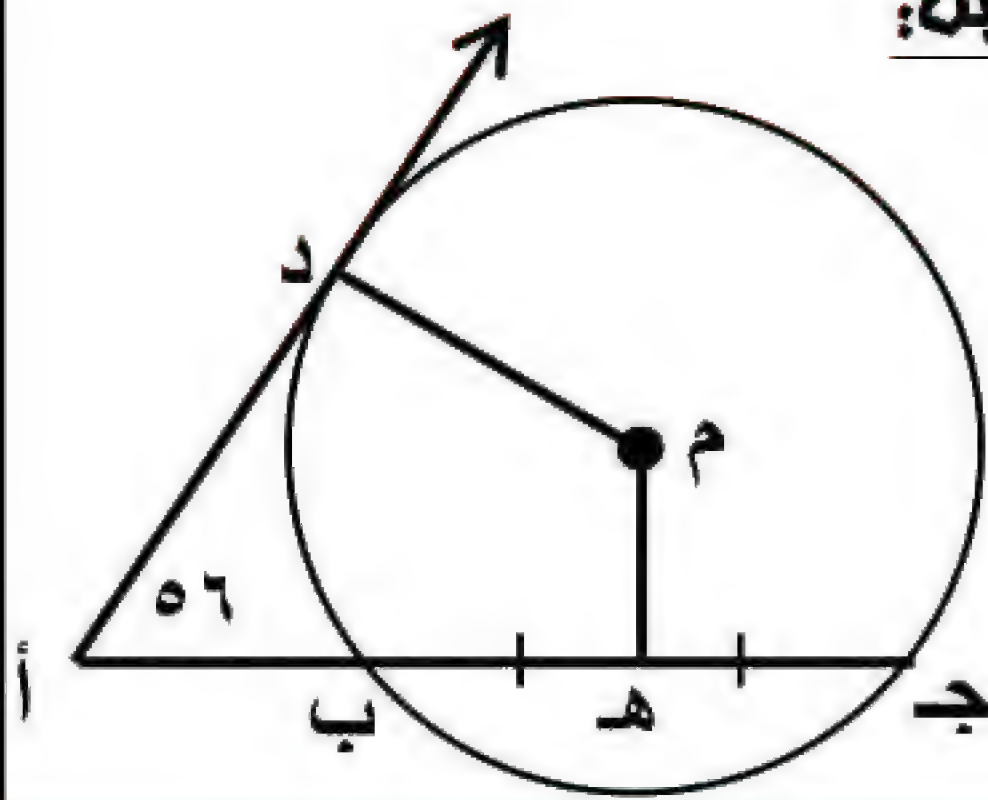
٦ في الشكل المقابل: ق (أ م ب) = ٥٢° فإن ق (أ د ب) =

- (أ) ٥٢ (ب) ١٠٤ (ج) ١٢٨ (د) ٣٠٨



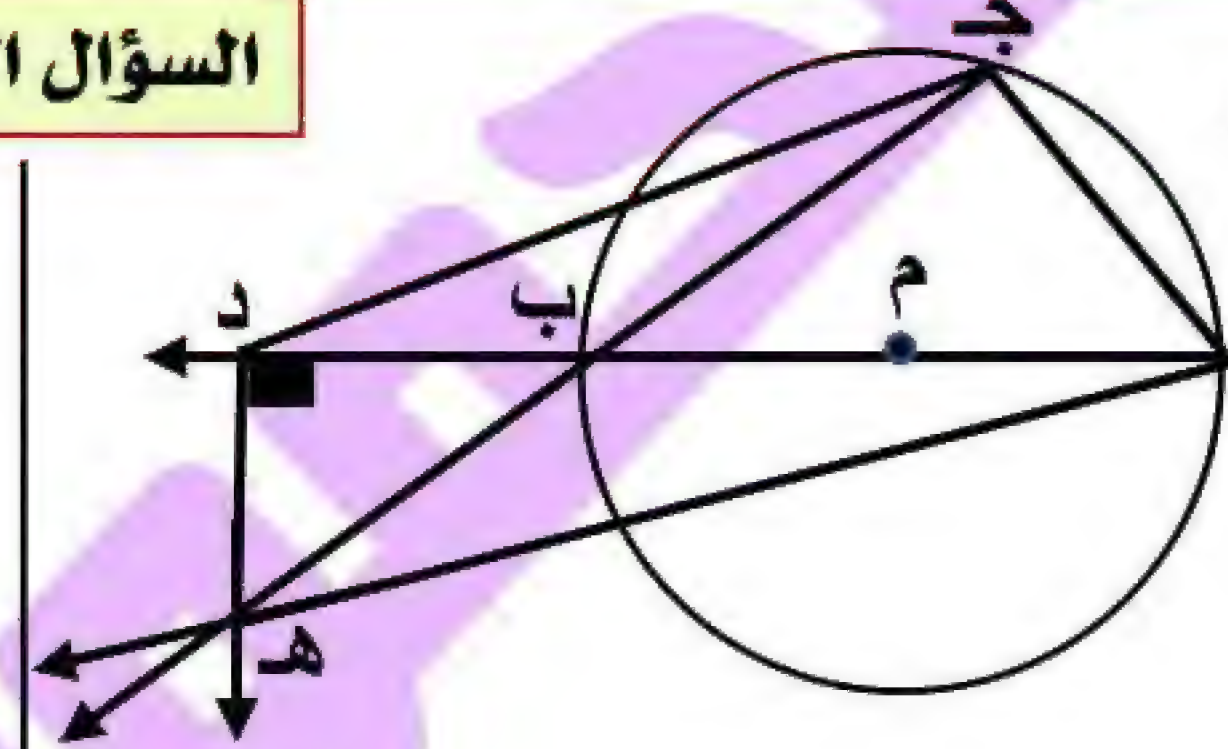
السؤال الثاني

(ب) في الشكل المقابل:



أ د مماس للدائرة عند د
هـ منتصف ب ج
ق (أ) = ٥٦°
أوجد ق (د م هـ)

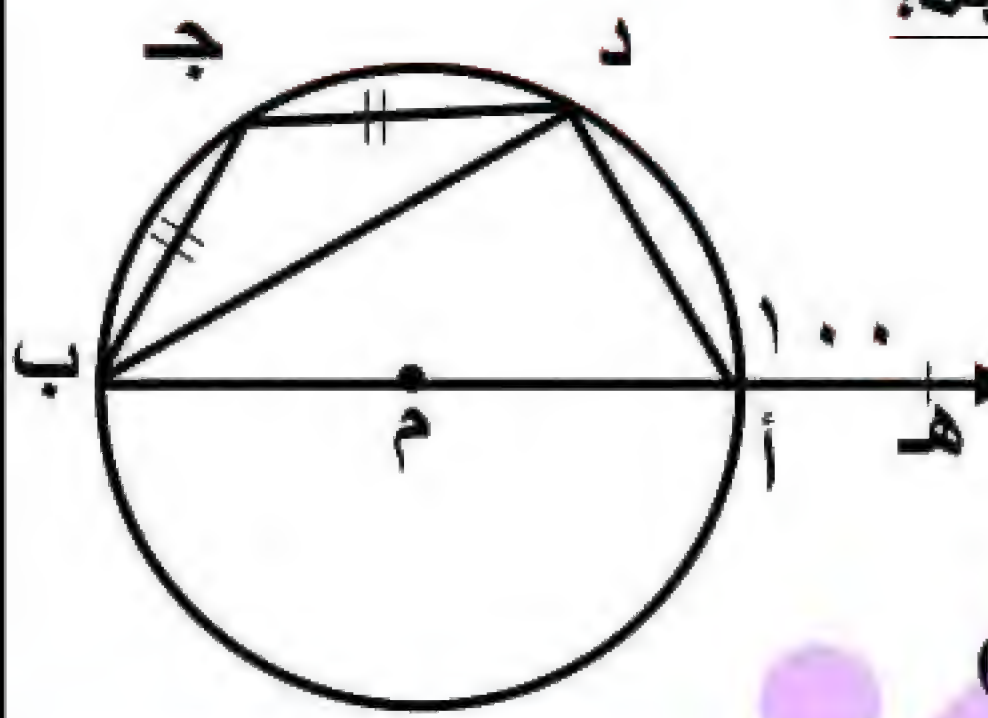
(أ) في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة
د هـ ⊥ أ ب
اثبت أن:
أ ج د هـ رباعي دائري

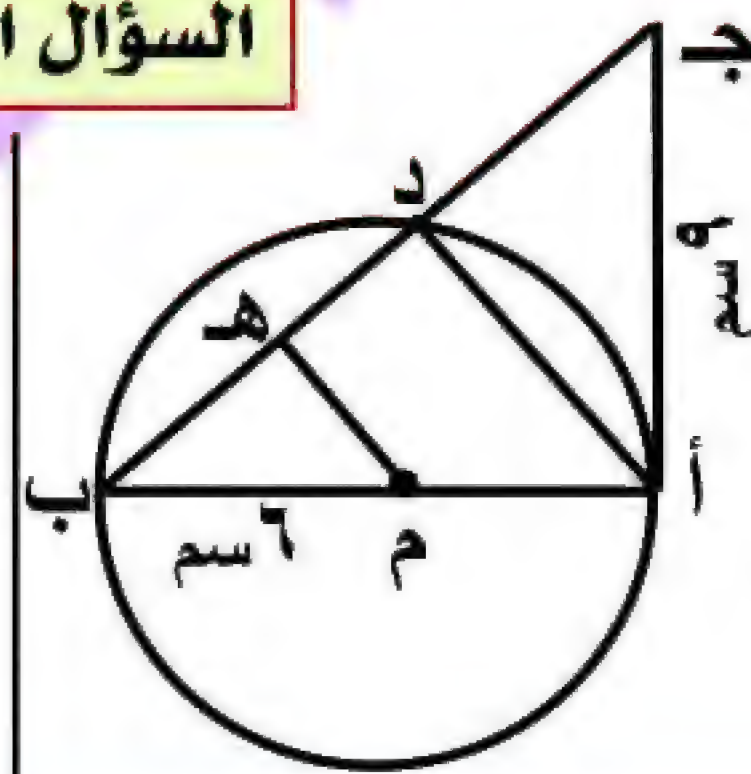
السؤال الثالث

(ب) في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م
ق (د أ هـ) = ١٠٠°
ج د = ج ب
أوجد بالخطوات: ق (أ د ج)

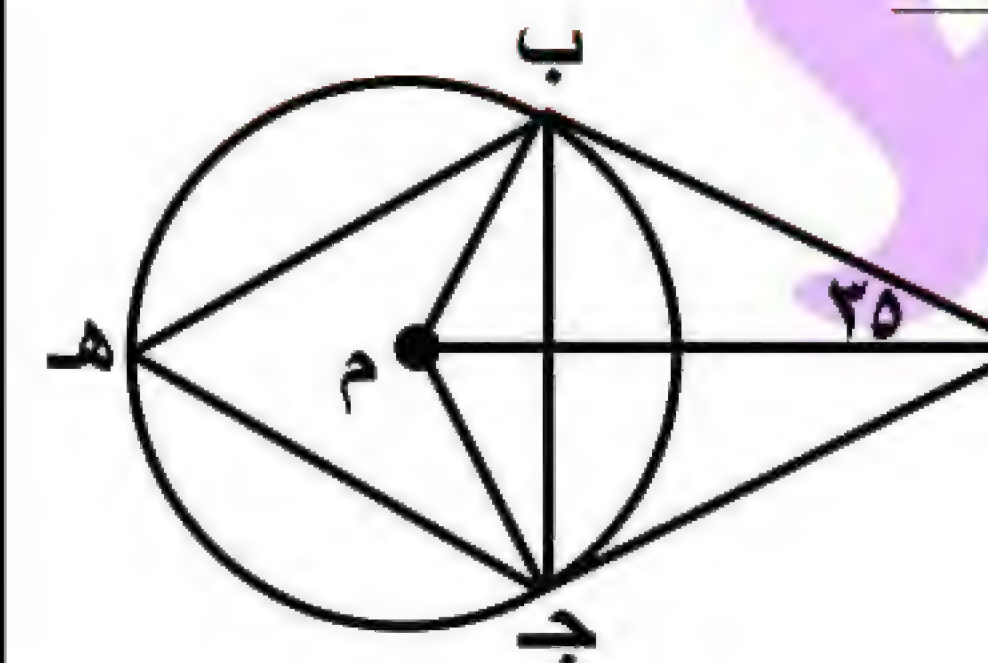
(أ) في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م ،
أ ج مماس لها عند أ
فإذا كان أ ج = ٩ سم ، ب م = ٦ سم
أوجد طول كل من ب ج ، أ د

السؤال الرابع

(ب) في الشكل المقابل:

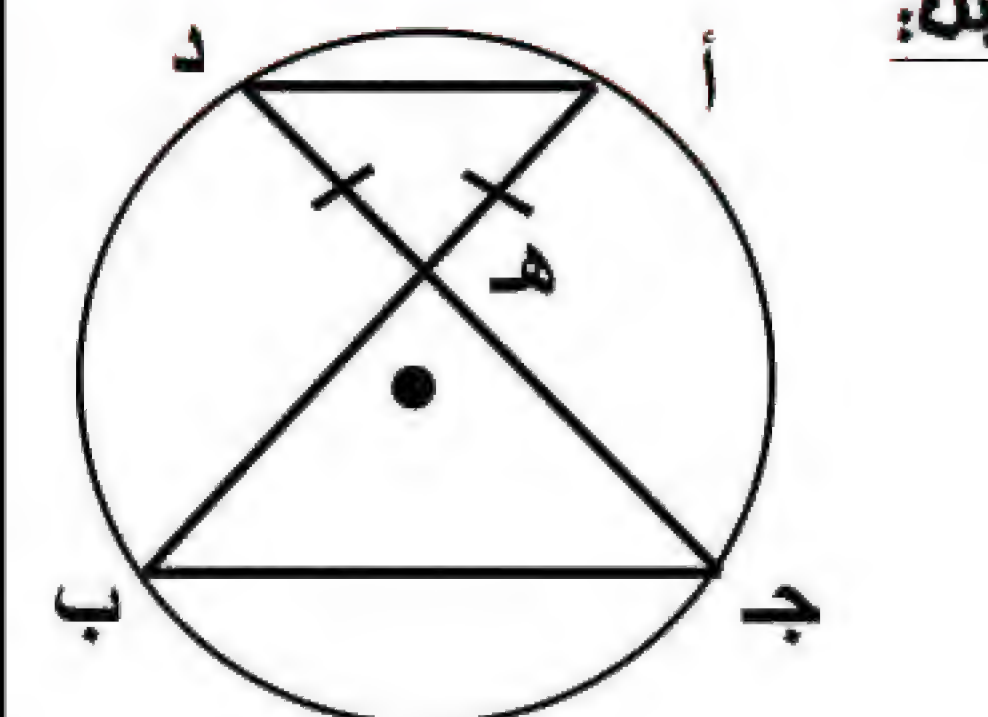


أ ب ، أ ج قطعان مماسان
ق (ب أ م) = ٢٥°
أوجد: (١) ق (ب م ج)
(٢) ق (ب هـ ج)

أوجد قياس القوس الذي يمثل $\frac{1}{6}$ الدائرة .
ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول
نصف قطر الدائرة ٧ سم .

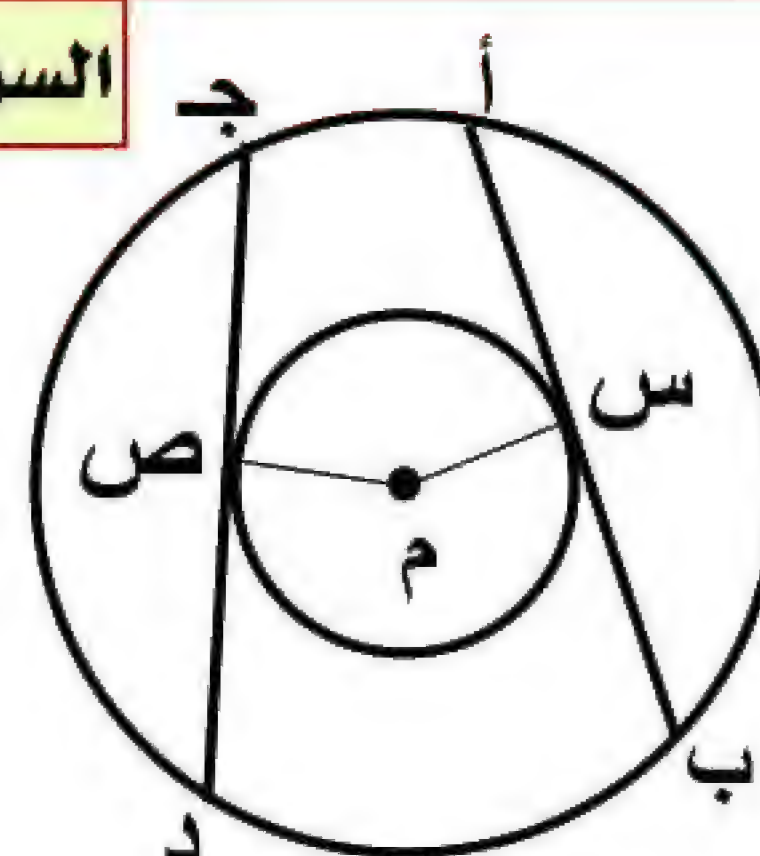
السؤال الخامس

(ب) في الشكل المقابل:



أ ب ∩ ج د = { هـ }
هـ أ = هـ د
اثبت أن: هـ ب = هـ ج

(أ) في الشكل المقابل:



دائرتان متحدتا المركز م
أ ب ، ج د مماسان للصغرى
اثبت أن: أ ب = ج د

أولاً اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

الوحدة الأولى

- ١ مساحة نصف الدائرة تساوى
 (أ) π نو (ب) $\frac{1}{2}\pi$ نو (ج) 2π نو (د) π نو
- ٢ دائرة مساحتها 9π سم² ، فإن طول نصف قطرها يساوى «القليوبية 2017»
 (أ) ٩ سم (ب) ٢ سم (ج) ٣ سم (د) ٥ سم
- ٣ دائرة طول نصف قطرها (٢ - س) سم ، والمستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة (١ + س) سم حيث $س < صفر$ فإن المستقيم ل يكون «الرقهيلية 2018»
 (أ) خارج الدائرة (ب) مماساً للدائرة (ج) قاطعاً للدائرة (د) محور تماثل للدائرة
- ٤ إذا كان $\overleftrightarrow{AB} \cap$ الدائرة $\hat{C} = \{A, B\}$ ، فإن : $\overleftrightarrow{AB} \cap$ سطح الدائرة $\hat{C} =$ «الشرقية 2017»
 (أ) $\{A, B\}$ (ب) \overleftrightarrow{AB} (ج) \overline{AB} (د) \overleftrightarrow{AB}
- ٥ إذا كان \hat{A} ، \hat{B} نصفى قطرين متعامدين فى دائرة \hat{C} وكانت مساحة المثلث $\hat{A}B\hat{C} = ٨$ سم² ، فإن طول نصف قطر الدائرة يساوى
 (أ) ٨ سم (ب) ١٦ سم (ج) ٤ سم (د) ٢ سم
- ٦ إذا كان طول قطر دائرة = ٨ سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٤ سم فإن المستقيم ل يكون «بورسعيد 2018 ، الغربية 2017»
 (أ) خارج الدائرة (ب) مماساً للدائرة (ج) قاطعاً للدائرة (د) محور تماثل للدائرة
- ٧ \hat{C} ، \hat{D} دائرتان طولاً نصفى قطريهما ٤ سم ، ٩ سم ، $\hat{C} = \hat{D} = ٥$ سم فإن الدائرتين \hat{C} ، \hat{D} تكونان «الرقهيلية 2017»
 (أ) متقاطعتين (ب) متماسكتين من الخارج (ج) متباعدتين (د) متماسكتين من الداخل
- ٨ دائرة نصف قطرها ٥ سم فإن محيطها يساوى «الاسماعيلية 2017»
 (أ) 5π سم (ب) 7π سم (ج) 10π سم (د) 25π سم
- ٩ يمكن رسم دائرة تمر بـ ع و س «المنيا 2019 ، الشرقية 2019»
 (أ) مستطيل (ب) معين (ج) شبه المنحرف القائم (د) متوازي أضلاع
- ١٠ \hat{C} ، \hat{D} دائرتان متماسكتان من الداخل طولاً نصفى قطريهما ٣ سم ، ٥ سم فإن $\hat{C} = \hat{D} =$ «بنى سويف 2017»
 (أ) ٢ سم (ب) ٣ سم (ج) ٥ سم (د) ٨ سم
- ١١ لا يمكن رسم دائرة تمر بـ ع و س «بنى سويف 2017»
 (أ) مثلث (ب) معين (ج) مربع (د) مستطيل
- ١٢ إذا كان المستقيم ل مماساً للدائرة \hat{C} التى طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها «سوهاج 2019 ، القليوبية 2018»
 (أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (ج) ٥ سم (د) ٦ سم



١٣ الوتر المار بمركز الدائرة يسمى «أسبوط 2017»

- ① قطرًا ② نصف قطر ③ مماسًا ④ قاطعًا

١٤ أكبر الأوتار طولاً في الدائرة يسمى «جنوب سيناء 2017»

- ① قطرًا ② نصف قطر ③ مماسًا ④ قاطعًا

١٥ القطعة المستقيمة التي طرفيها نقطتين على الدائرة تسمى

- ① قطرًا ② نصف قطر ③ مماسًا ④ وترًا

١٦ \hat{C} ، \hat{D} دائرتان متماستان من الداخل و طول نصف قطر إحداها ٣ سم ، \hat{C} \hat{D} = ٨ سم

فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى = «الجيزة 2017 ، الغربية 2016»

- ① ٥ سم ② ٦ سم ③ ١١ سم ④ ١٢ سم

١٧ \hat{C} ، \hat{D} دائرتان متقاطعتين و طولا نصفي قطريهما ٥ سم ، ٢ سم ، فإن : $\hat{C} \hat{D} \exists$ «القليوبية 2019 ، المنوفية 2018»

- ① $[7, 3]$ ② $[7, 3[$ ③ $]7, 3[$ ④ $[7, 3[$

١٨ \hat{C} ، \hat{D} دائرتان متماستان و طولا نصفي قطريهما ٥ سم ، ٨ سم ، فإن : $\hat{C} \hat{D} \exists$ «الدقهلية 2016»

- ① $[13, 3]$ ② $]13, 3[$ ③ $[13, 3[$ ④ $\{13, 3\}$

١٩ دائرة محيطها 6π سم و المستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم فإن المستقيم ل يكون «البحر الأحمر 2017»

- ① مماسًا للدائرة ② قاطعًا للدائرة ③ خارج الدائرة ④ محور تماثل للدائرة

٢٠ إذا كان طول قطر دائرة ٨ سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها ٤ سم ، فإن المستقيم ل «الفيوم 2019»

- ① مماسًا للدائرة ② قاطعًا للدائرة ③ خارج الدائرة ④ محور تماثل للدائرة

٢١ إذا كان المستقيم ل خارج الدائرة التي مركزها نقطة الأصل $\hat{C}(0, 0)$ و طول نصف قطرها ٣ سم و كان المستقيم ليبعد عن مركزها مسافة s سم فإن $s \exists$ «الغربية 2016»

- ① $]3, \infty[$ ② $]3, \infty[$ ③ $]3, \infty[$ ④ $]3, \infty[$

٢٢ إذا كان المستقيم ل يبعد عن مركز الدائرة \hat{C} مسافة s حيث $s \exists [0, \infty[$ ، فإن المستقيم ل

- ① يمس الدائرة ② يقطع الدائرة ③ يقع خارج الدائرة ④ يمر بمركز الدائرة

٢٣ دائرة محيطها 18π سم ، فإن طول نصف قطرها = «أسبوط 2019»

- ① ٧ سم ② ٩ سم ③ ٣ سم ④ ٦ سم

٢٤ إذا كانت الدائرة $\hat{C} \cap$ الدائرة $\hat{D} = \{A, B\}$ ، فإن الدائرتين \hat{C} ، \hat{D} تكونان «الاسماعيلية 2018 ، السويس 2016»

- ① متباعدتان ② متحدثي المركز ③ متداخلتان ④ تقاطعتان

٢٥ \hat{C} ، \hat{D} دائرتان متماستان من الخارج و طول نصف قطر إحداها ٤ سم ، $\hat{C} \hat{D} = 6$ سم

فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى = «شمال سيناء 2017»

- ① ٦ سم ② ١٠ سم ③ ٢ سم ④ ٤ سم

٢٦ محور التماثل للوتر المشترك \overline{AB} لدائرتين متقاطعتين \hat{C} ، \hat{D} هو «بني سويف 2019»

- ① \overrightarrow{CD} ② \overrightarrow{CD} ③ \overrightarrow{CD} ④ \overrightarrow{CD}



٢٧ دائرتان Γ ، ν طولاً نصفى قطريهما ٢ سم ، ٥ سم فإذا كانت الدائرتان متباعدتين فإن $\Gamma \cap \nu = \emptyset$

- (أ) $] \infty , 7 [$ (ب) $] \infty , 7 [$ (ج) $] 3 , \infty [$ (د) $] 3 , \infty [$

٢٨ مراكز الدوائر التي تمر بالنقطتين P ، B تقع جميعاً على «الدقهلية 2017»

- (أ) محور تماثل \overline{AP} (ب) \overline{PB} (ج) العمود المقام على \overline{AP} (د) العمود على \overline{AP} من B

٢٩ إذا كان P ، B نقطتين في المستوى بحيث $P = B = 4$ سم فإن طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين P ، $B =$

- (أ) ٢ سم (ب) ٣ سم (ج) ٤ سم (د) ٨ سم

٣٠ إذا كان P ، B نقطتين في المستوى بحيث $P = B = 7$ سم فإن طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين P ، $B =$

- (أ) ٣ سم (ب) ٣,٥ سم (ج) ٧ سم (د) ١٤ سم «قنا 2019»

٣١ إذا كانت \overline{AP} قطعة مستقيمة ، فإن عدد الدوائر التي يمكن رسمها و تمر بالنقطتين P ، B يساوي «القليوبية 2016»

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٣٢ عدد محاور تماثل دائرتين متطابقتين و متماستين من الخارج يساوي «الدقهلية 2016»

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٣٣ إحدى الحالات الآتية تعين دائرة وحيدة هي إذا علم «الدقهلية 2016»

- (أ) نقطتان منها (ب) إحدى نقطتها (ج) مركزها وإحدى نقطتها (د) نصف قطرها وإحدى نقطتها

٣٤ مساحة القطاع الدائري الذي يمثل ربع الدائرة الذي طول قطرها ١٤ سم تساوي

- (أ) ١١ سم^٢ (ب) ٤٤ سم^٢ (ج) ٢٥ سم^٢ (د) ١٤ سم^٢

٣٥ إذا كانت Γ دائرة طول قطرها ١٤ سم ، P نقطة في مستويها ، $P = (2 - 3)$ ، فإذا كانت P تقع على الدائرة

، فإن : $s =$ «القليوبية 2017»

- (أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١

٣٦ وتر طوله ٨ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠ سم ، فإنه يبعد عن المركز «الغربية 2018»

- (أ) ٢ سم (ب) ٣ سم (ج) ٤ سم (د) ٦ سم

٣٧ إذا كان المستقيم l مماساً للدائرة طول قطرها ١٠ سم ، فإنه يبعد عن مركزها «دمياط 2019»

- (أ) ٣ سم (ب) ٥ سم (ج) ٦ سم (د) ١٠ سم

٣٨ إذا كانت Γ دائرة طول قطرها ٣ ، P نقطة في مستويها ، $P = \frac{3}{4}$ نو فإن P

- (أ) تقع على الدائرة (ب) تقع داخل الدائرة (ج) تقع خارج الدائرة (د) مركز الدائرة

٣٩ عدد محاور تماثل الدائرة يساوي «دمياط 2019 ، اسوان 2018»

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٤٠ دائرة طول أكبر وتر فيها يساوي ١٢ سم فإن محيطها يساوي «الشرقية 2018»

- (أ) 12π سم (ب) 6π سم (ج) 24π سم (د) 10π سم

٤١ المماسان المرسومان من نهايتي قطر في دائرة «الغربية 2018 ، الشرقية 2017»

- (أ) متوازيان (ب) متقاطعان (ج) متعامدان (د) منطبقان



٤٢ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة يساوى «الأقصر 2017»

- ١ (ب) ٢ (د) ٣ (د) صفر (ا)

٤٣ مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تقاطع «الدقهلية 2018 ، قنا 2018»

- ١ (ا) متوسطاته ٢ (ب) ارتفاعاته ٣ (د) منصفات زواياه ٤ (د) محاور تماثل أضلاعه

٤٤ ٣ ، ٧ دائرتان طولاً نصفى قطريهما ٦ سم ، ٨ سم ، ٣ سم فإن الدائرتين ٣ ، ٧ تكونان «الدقهلية 2019»

- ١ (ا) متقاطعتين ٢ (ب) متماستين من الخارج ٣ (د) متباعدتين ٤ (د) متماستين من الداخل

٤٥ ٣ ، ٧ دائرتان متماستان من الداخل و طولاً نصفى قطريهما ٧ سم ، ١٠ سم ، فإن : ٣ = ٧ «دمياط 2019»

- ١ (ا) ٣ سم ٢ (ب) ١٧ سم ٣ (د) ٧ سم ٤ (د) ١٠ سم

٤٦ ٣ ، ٧ دائرتان متماستان من الداخل و طولاً نصفى قطريهما ٥ سم ، ٧ سم ، ٥ < ٧ ، فإن : ٣ = ٧ سم

، فإن : ٧ = «المنيا 2018»

- ١ (ا) ٢ سم ٢ (ب) ٦ سم ٣ (د) ٨ سم ٤ (د) ٩ سم

٤٧ طول نصف قطر الدائرة مركزها نقطة الأصل (٠، ٠) وتمر بالنقطة (٤ ، - ٣) يساوى «الفيوم 2018»

- ١ (ا) ٧ سم ٢ (ب) ٣ سم ٣ (د) ٤ سم ٤ (د) ٥ سم

الوحدة الثانية

١ فى الشكل الرباعى الدائرى كل زاويتين متقابلتين «بني سويف 2019 ، قنا 2016»

- ١ (ا) متتامتين ٢ (ب) مبادلتين ٣ (د) متكاملتين ٤ (د) متساويتين فى القياس

٢ الزاوية المحيطية التى تقابل قوساً أصغر فى الدائرة تكون «السيوط 2017 ، قنا 2016»

- ١ (ا) حادة ٢ (ب) منفرجة ٣ (د) قائمة ٤ (د) منعكسة

٣ ٢ ، ٢ مماسان للدائرة ٣ عند ٢ ، ٢ ، فإن : ٢ ٢

- ١ (ا) يطابق ٢ (ب) يوازى ٣ (د) عمودى على ٤ (د) يقطع

٤ النسبة بين قياس الزاويتين المحيطية والمركزية المشتركتين معاً فى القوس تساوى

- ١ (ا) ١ : ١ ٢ (ب) ٢ : ٤ ٣ (د) ٤ : ٢ ٤ (د) ١ : ٢

٥ النسبة بين قياس الزاوية المماسية و قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى نفس القوس تساوى «قنا 2018»

- ١ (ا) ١ : ٢ ٢ (ب) ٢ : ١ ٣ (د) ١ : ١ ٤ (د) ٥ : ٢

٦ إذا كان ٢ ٢ ح ك شكل رباعى دائرى فيه ٢ = ١٣٥ ، فإن : ٢ = ١٣٥

- ١ (ا) ٣٠° ٢ (ب) ٤٥° ٣ (د) ٩٠° ٤ (د) ١٣٥°

٧ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة يساوى «المنيا 2019 ، مطروح 2018 ، الدقهلية 2019»

- ١ (ا) ١٨٠° ٢ (ب) ٤٥° ٣ (د) ٩٠° ٤ (د) ١٠٠°

٨ قياس القوس الذى يمثل ربع الدائرة يساوى «المنوفية 2018»

- ١ (ا) ١٨٠° ٢ (ب) ٦٠° ٣ (د) ٩٠° ٤ (د) ١٢٠°

٩ قياس القوس الذى يمثل ثلث الدائرة يساوى «بني سويف 2017 ، المنيا 2016»

- ١ (ا) ١٨٠° ٢ (ب) ١٢٠° ٣ (د) ٩٠° ٤ (د) ٦٠°



١٠ قياس الزاوية المحيطية التي تحصر قوسًا قياسه يساوي ربع قياس الدائرة يساوي

- ٣٠° (أ) ١٣٥° (ب) ٤٥° (د) ٩٠° (د)

١١ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ربع دائرة يساوي

- ٣٠° (أ) ١٣٥° (ب) ٤٥° (د) ٩٠° (د)

١٢ يكون الشكل رباعيًا دائريًا إذا وجدت زاوية خارجه عند أي رأس من رؤوسه قياسها قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها

- يساوي (أ) ضعف (ب) نصف (د) ثلث (د)

١٣ طول القوس الذي يمثل ثلث الدائرة التي طول نصف قطرها ٦ سم يساوي

- ١٢π سم (أ) ٦π سم (ب) ٤π سم (د) ٣π سم (د)

١٤ طول القوس الذي يمثل ربع محيط الدائرة يساوي «القليوبية 2016»

- ٢π نو (أ) ١/٢ π نو (ب) ٤π نو (د) π نو (د)

١٥ قياس القوس الذي طوله يساوي ٢,٥ π سم في دائرة طول قطرها ١٠ سم يساوي

- ٤٥° (أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (د) ٢٧٠° (د)

١٦ عدد المماسات التي يمكن رسمها من نقطة تقع على الدائرة تساوي «البحيرة 2017»

- ١ (أ) ٢ (ب) ٤ (د) عدد لا نهائي (د)

١٧ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج يساوي «الشرقية 2019»

- ٢ (أ) ٣ (ب) ٤ (د) عدد لا نهائي (د)

١٨ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل يساوي «الدقهلية 2019»

- صفر (أ) ١ (ب) ٢ (د) ٣ (د)

١٩ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متقاطعتين يساوي

- ١ (أ) ٢ (ب) ٣ (د) عدد لا نهائي (د)

٢٠ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين يساوي «أسوان 2018 ، البحيرة 2017»

- ١ (أ) ٢ (ب) ٣ (د) ٤ (د)

٢١ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتي المركز يساوي «الدقهلية 2018»

- صفر (أ) ١ (ب) ٢ (د) ٣ (د)

٢٢ مجموع قياسى الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي الدائري «جنوب سيناء 2017»

- ٩٠° (أ) ١٨٠° (ب) ٣٦٠° (د) ١٢٠° (د)

٢٣ قياس الزاوية المركزية قياس القوس المحصور بين ضلعيها «القليوبية 2016»

- نصف (أ) ضعف (ب) يساوي (د) ربع (د)

٢٤ أ ب ح د هـ و سداسي منتظم مرسوم داخل الدائرة أ ، فإن : و (ب ح) =

- ٩٠° (أ) ١٢٠° (ب) ٦٠° (د) ٣٠° (د)

٢٥ قياس القوس الذي طوله ٢٢ سم و المرسوم في دائرة طول نصف قطرها ١٤ سم =

- ٦٠° (أ) ٩٠° (ب) ١٢٠° (د) ١٨٠° (د)



٢٦ إذا كان قياس الزاوية المماسية يساوى 70° فإن قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس يساوى «القليوبية 2016»

- ٣٥° (أ) ٧٠° (ب) ١٤٠° (ج) ١٠٥° (د)

٢٧ الزاوية المماسية هى زاوية محصورة بين

- وترين (أ) مماسين (ب) وتر و مماس (ج) وتر و قطر (د)

٢٨ قياس الزاوية المحيطية قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس «القاهرة 2019 ، الجيزة 2017»

- نصف (أ) ضعف (ب) يساوي (ج) ربع (د)

٢٩ الزاوية المحيطية التى تقابل قوسًا أكبر من نصف الدائرة تكون «الوادي الجديد 2018»

- حادّة (أ) منفرجة (ب) قائمة (ج) منعكسة (د)

٣٠ أ ب ح د شكل رباعى دائرى فيه : $\widehat{ق} = 110^\circ$ ، فإن : $\widehat{د} =$ «البحيرة 2019 ، المنيا 2018»

- ٣٥° (أ) ٧٠° (ب) ١١٠° (ج) ٢٠° (د)

٣١ أ ب ح د شكل رباعى دائرى فيه : $\widehat{ق} = 110^\circ + 2 \widehat{د}$ ، فإن : $\widehat{د} =$

- ١٣٠° (أ) ١٠٠° (ب) ٨٠° (ج) ٦٠° (د)

٣٢ أ ب ح د شكل رباعى دائرى فيه : $\widehat{ق} = 110^\circ$ ، فإن : $\widehat{د} =$ «الرقهلية 2019 ، الاسماعيلية 2018»

- ٣٠° (أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (ج) ١٢٠° (د)

٣٣ أ ب ح د شكل رباعى دائرى فيه : $\widehat{ق} = 110^\circ$ ، فإن : $\widehat{د} =$

- ٧٠° (أ) ١٤٠° (ب) ١١٠° (ج) ٣٥° (د)

٣٤ القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة تكونان

- (أ) متساويتين فى الطول (ب) غير متساويتين فى الطول (ج) متعامدتين (د) متوازيتين

٣٥ أيًا من الأشكال الآتية يسمى رباعيًا دائريًا ؟ «الاسماعيلية 2019»

- المربع (أ) المعين (ب) متوازي الأضلاع (ج) شبه المنحرف (د)

٣٦ إذا كانت : أ ب ح د مثلث مرسوم داخل الدائرة Γ ، $\widehat{ق} = 110^\circ$ ، فإن : $\widehat{د} =$

- ٣٠° (أ) ٦٠° (ب) ١٢٠° (ج) ٩٠° (د)

٣٧ أ ب قطر فى الدائرة Γ ، $\widehat{ق} \equiv \widehat{د}$ بحيث $\widehat{ق} : \widehat{د} = 7 : 2$ ، فإن : $\widehat{د} =$

- ٢٠° (أ) ٤٠° (ب) ١٤٠° (ج) ٧٠° (د)

٣٨ أ ب ح د مربع مرسوم داخل الدائرة Γ ، طول $\widehat{ق} = 15\pi$ سم ، فإن : مساحة المربع تساوي

- ٣٦٠٠ سم^٢ (أ) ١٨٠٠ سم^٢ (ب) ٩٠٠ سم^٢ (ج) ٤٥٠ سم^٢ (د)

٣٩ أ ب ح د مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل الدائرة Γ ، فإن : طول القوس $\widehat{ق}$ الأكبر يساوي

- (أ) $\frac{4}{3}\pi$ نو سم^٢ (ب) $\frac{2}{3}\pi$ نو سم^٢ (ج) $\frac{1}{3}\pi$ نو سم^٢ (د) $\frac{3}{4}\pi$ نو سم^٢

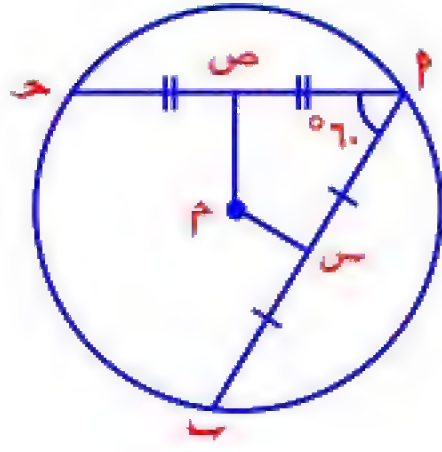
٤٠ أ ب ، ح د وتران فى الدائرة Γ متقاطعان فى نقطة ه ، $\widehat{ق} + \widehat{د} = 130^\circ$ ، فإن : $\widehat{د} =$

- ١٣٠° (أ) ٦٥° (ب) ٢٦٠° (ج) ٦٠° (د)



الوحدة الأولى

١ في الشكل المقابل :



س ، ص منتصفات \overline{AB} ، \overline{AP} على الترتيب ، $\angle ASB = 60^\circ$ ،
فإن : $\angle MSB =$

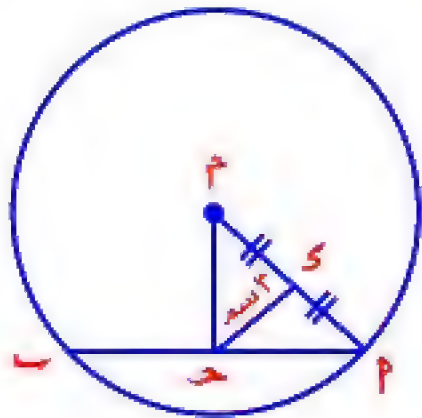
١٢٠ (ب)

٦٠ (ا)

٩٠ (د)

٣٠ (ج)

٢ في الشكل المقابل : « الغربية 2019 ، الشرقية 2017 »



إذا كان : $\angle ASB = 3^\circ$ سم ، $\overline{MS} \perp \overline{AB}$ ، \overline{MS} منتصف \overline{AB} ، فإن مساحة سطح الدائرة =

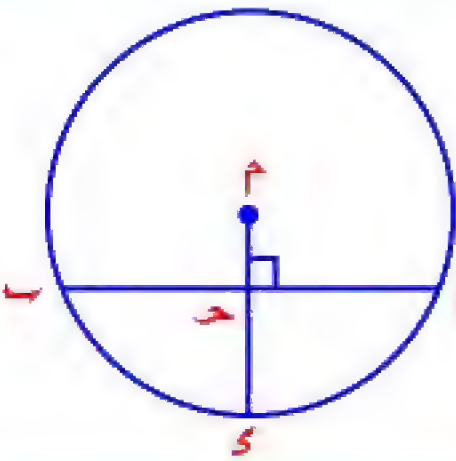
٦ π سم² (ب)

٣ π سم² (ا)

٣٦ π سم² (د)

٩ π سم² (ج)

٣ في الشكل المقابل : « الوادي الجديد 2018 »



دائرة \overline{MS} طول نصف قطرها ١٣ سم ، $\overline{AB} = 24$ سم ، فإن : $\angle ASB =$

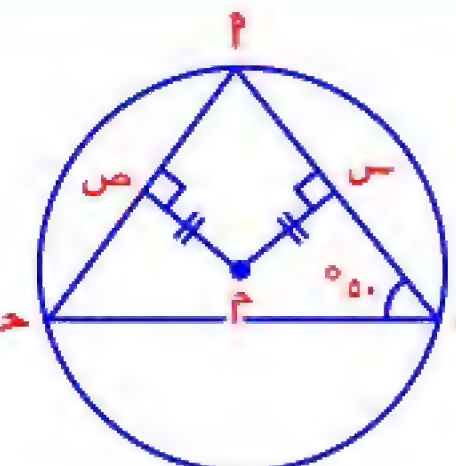
١٢ (ب)

٦,٥ (ا)

١٠ (د)

٨ (ج)

٤ في الشكل المقابل : « الغربية 2017 »



$\overline{MS} = \overline{MS}$ ، $\overline{AB} \parallel \overline{MS}$ ، $\angle ASB = 50^\circ$ ، فإن : $\angle MSB =$

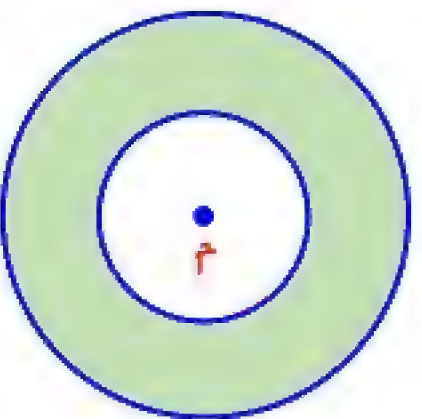
٦٠ (ب)

٥٠ (ا)

٨٠ (د)

٧٠ (ج)

٥ في الشكل المقابل :



دائرتان متحدتان المركز م ، طولاً نصف قطريهما ٧ سم ، ١٤ سم على الترتيب

، فإن مساحة الشكل المظلل =

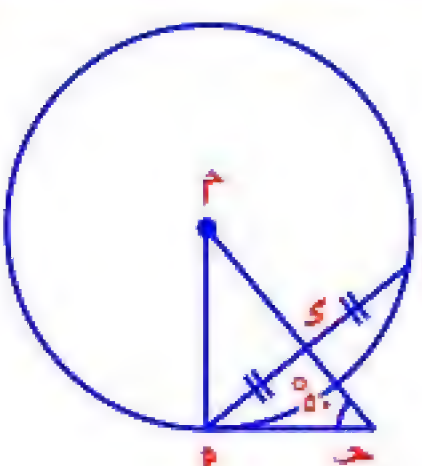
٤١٢ (ب)

٣٥٠ (ا)

٥٣٠ (د)

٤٦٢ (ج)

٦ في الشكل المقابل :



\overline{AP} مماساً للدائرة عند P ، \overline{MS} منتصف \overline{AB} ، $\angle ASB = 50^\circ$ ، فإن : $\angle MSB =$

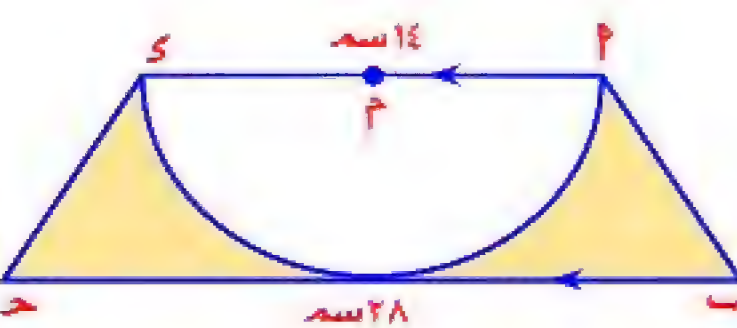
٤٥ (ب)

٤٠ (ا)

٥٠ (د)

٩٠ (ج)

٧ في الشكل المقابل : « دمياط 2016 »



\overline{AP} شبه منحرف فيه ، $\overline{AP} = 14$ سم ، $\overline{AB} = 28$ سم

، فإن : مساحة الشكل المظلل =

٤٥ (ب)

٤٠ (ا)

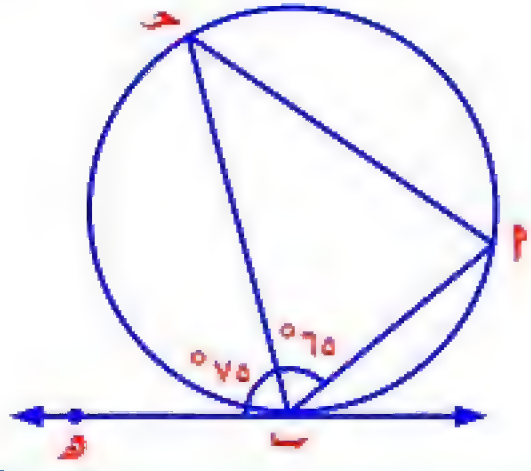
٥٠ (د)

٩٠ (ج)



الوحدة الثانية

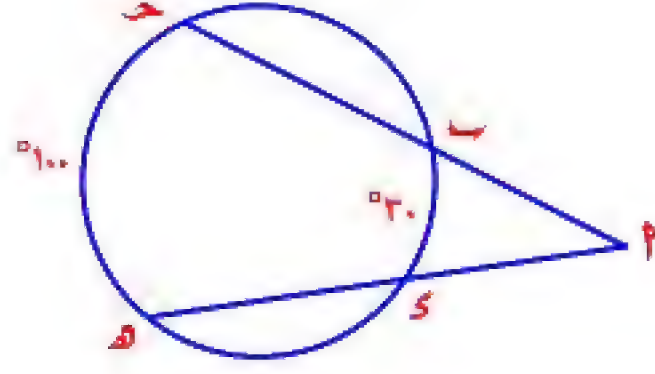
١ في الشكل المقابل : « الغربية 2016 »



و (أ ب ح) = 65° ، و (أ ه ب ح) = 75° ، فإن : و (أ ب ح) =

- ٢٠ (أ) 40° (ب) 80° (ج) 50° (د)

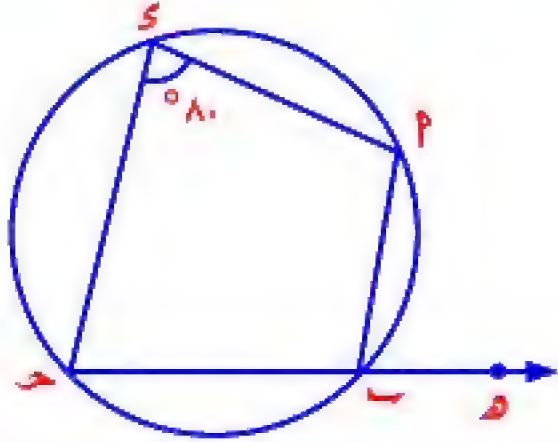
٢ في الشكل المقابل : « الغربية 2016 »



و (أ ه) = 100° ، و (أ ب) = 30° ، فإن : و (أ ب) =

- ٧٠ (أ) 65° (ب) 35° (ج) 60° (د)

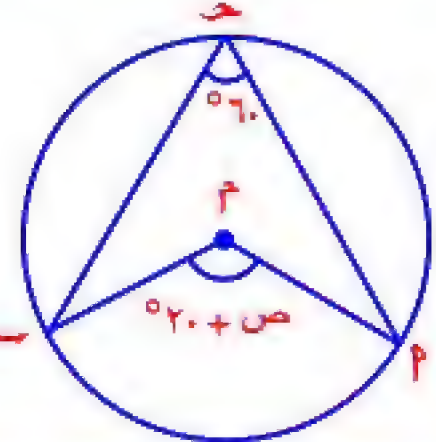
٣ في الشكل المقابل : « المنيا 2016 ، شمال سيناء 2017 »



إذا كان : و (أ ب ح) = 80° ، فإن : و (أ ب ه) =

- ١٠ (أ) 80° (ب) 100° (ج) 60° (د)

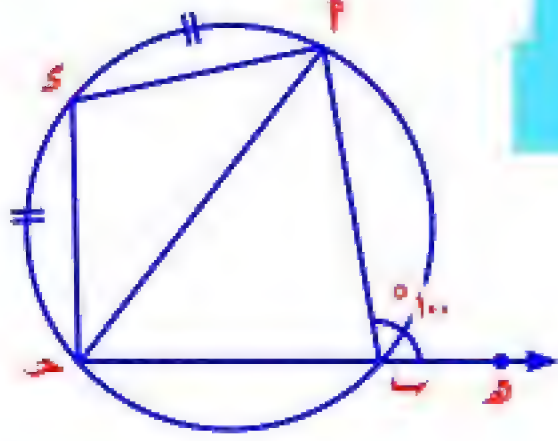
٤ في الشكل المقابل : « الاسماعيلية 2016 »



إذا كان : و (أ ب ح) = 60° ، و (أ ب ح) = $(ص + 20^\circ)$ ، فإن : و (أ ب ح) =

- ٣٠ (أ) 40° (ب) 100° (ج) 80° (د)

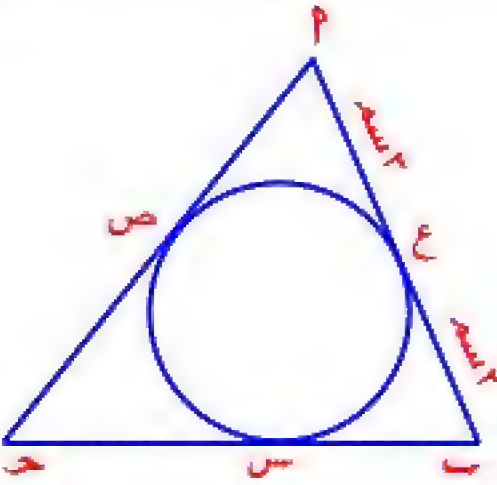
٥ في الشكل المقابل : « الاسماعيلية 2016 »



إذا كان : و (أ ب ح) = 100° ، و (أ ب) = $(أ ب ح)$ ، فإن : و (أ ب ح) =

- ١٠٠ (أ) 80° (ب) 30° (ج) 40° (د)

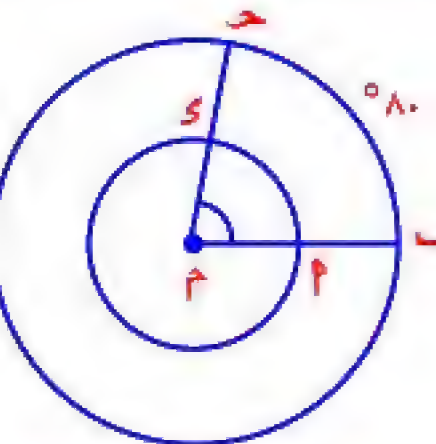
٦ في الشكل المقابل : « اسيوط 2016 »



إذا كان : و (أ ب ح) = 8 سم ، و (أ ب ح) = 3 سم ، و (أ ب ح) = 2 سم ، فإن : و (أ ب ح) =

- ٥ سم (أ) 7 سم (ب) 13 سم (ج) 10 سم (د)

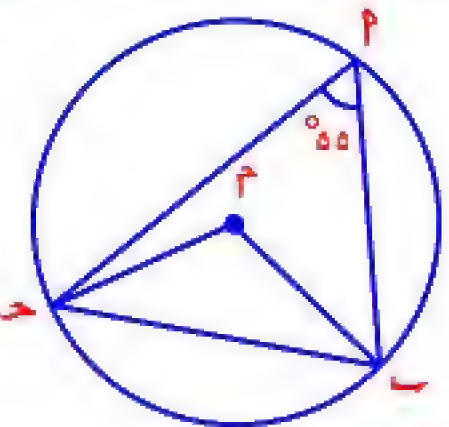
٧ في الشكل المقابل : « الشرقية 2016 »



دائرتان متحدتا المركز م ، و (أ ب ح) = 80° ، فإن : و (أ ب) =

- ٨٠ (أ) 40° (ب) 160° (ج) 20° (د)

٨ في الشكل المقابل : « الدقهلية 2016 »

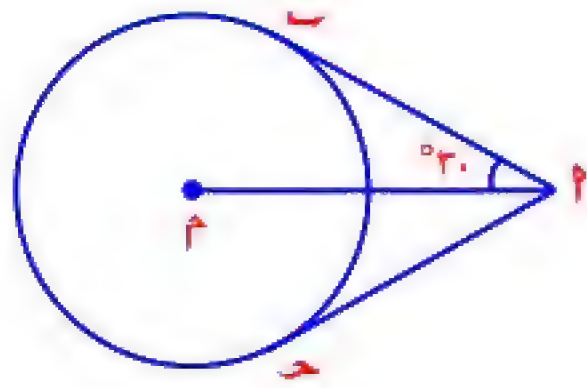


إذا كان : و (أ ب) = 55° ، فإن : و (أ ب ح) =

- ١١٠ (أ) 55° (ب) 35° (ج) 25° (د)



٩ في الشكل المقابل : « البحر الأحمر 2016 »



أ ب ، \overline{PA} قطعان مماستان للدائرة Γ التي طول نصف قطرها ٤ سم ، $\angle P = 30^\circ$ ، فإن : $\overline{PA} =$

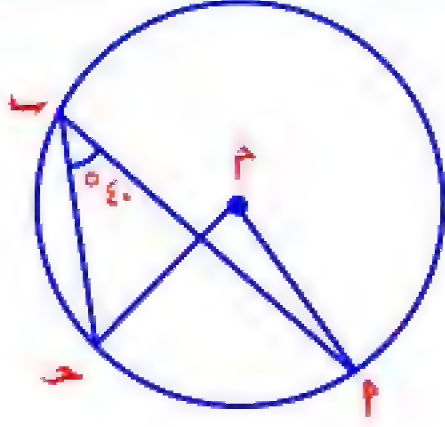
أ ٨ سم

ب ٣ سم

ج ٤ سم

د ٢ سم

١٠ في الشكل المقابل : « الاسماعيلية 2016 »



إذا كان : $\angle P = 40^\circ$ ، فإن : $\angle APM =$

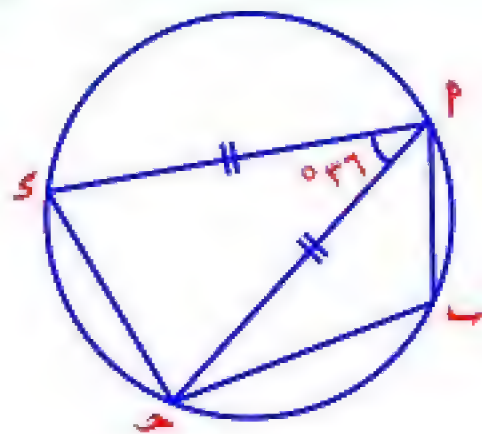
أ ٢٠

ب ٤٠

ج ٨٠

د ١٤٠

١١ في الشكل المقابل : « الأقصر 2019 »



إذا كان : $\angle P = 36^\circ$ ، $\overline{PA} = \overline{PM}$ ، فإن : $\angle APM =$

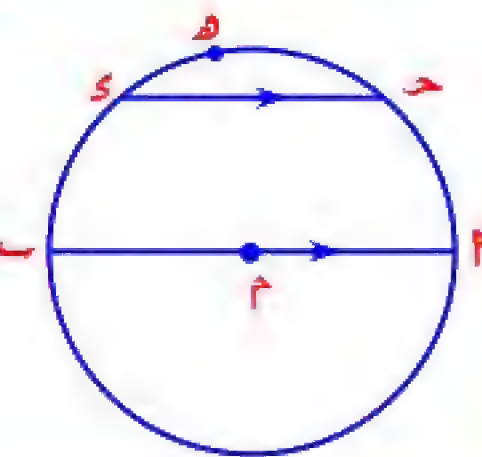
أ ١٤٠

ب ١٠٨

ج ٧٠

د ٤٠

١٢ في الشكل المقابل : « الشرقية 2018 »



أ ب قطر في الدائرة Γ ، $\overline{PA} \parallel \overline{PB}$ ، $\angle P = 80^\circ$ ، فإن : $\angle APM =$

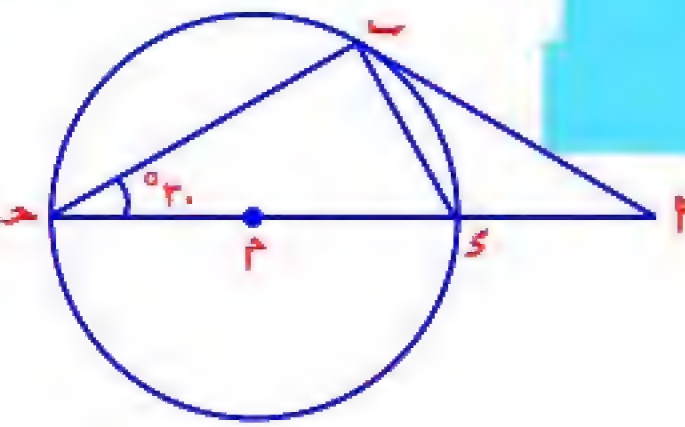
أ ٤٠

ب ٥٠

ج ٨٠

د ١٠٠

١٣ في الشكل المقابل : « الغربية 2017 »



أ ب قطر في الدائرة Γ ، $\angle P = 30^\circ$ ، فإن : $\angle APM =$

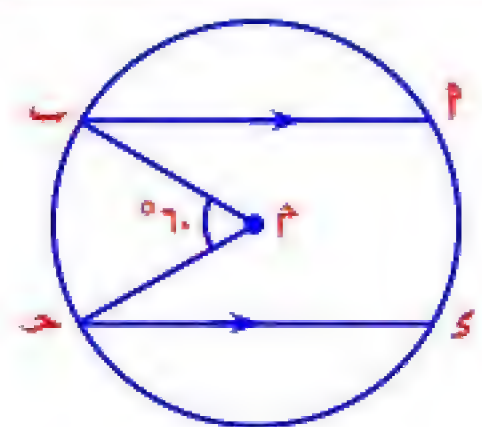
أ ١٢٠

ب ١١٠

ج ٩٠

د ٣٠

١٤ في الشكل المقابل : « اسوان 2019 »



أ دائرة Γ ، $\overline{PA} \parallel \overline{PB}$ ، $\angle P = 60^\circ$ ، فإن : $\angle APM =$

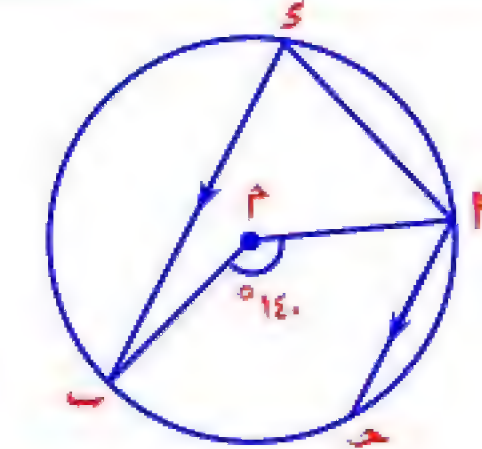
أ ٣٠

ب ٦٠

ج ٩٠

د ١٢٠

١٥ في الشكل المقابل : « كفر الشيخ 2018 »



أ ب $\parallel \overline{AC}$ ، $\angle P = 140^\circ$ ، فإن : $\angle APM =$

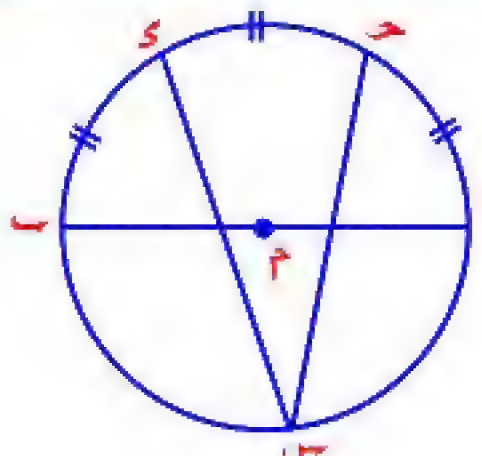
أ ٧٠

ب ١١٠

ج ١٤٠

د ٢٢٠

١٦ في الشكل المقابل : « كفر الشيخ 2018 »



أ ب قطر في الدائرة Γ ، $\angle P = 30^\circ$ ، فإن : $\angle APM =$

أ ١٥

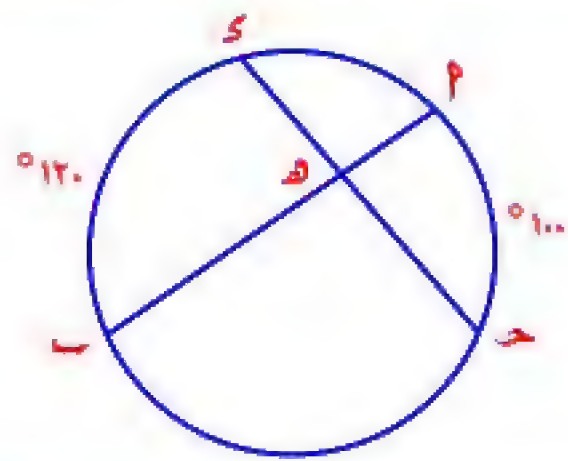
ب ٣٠

ج ٤٥

د ٦٠



١٧ في الشكل المقابل : « الشرقية 2019 »



إذا كان : $\widehat{AP} = 100^\circ$ ، $\widehat{BP} = 120^\circ$ ، فإن : $\angle APB =$

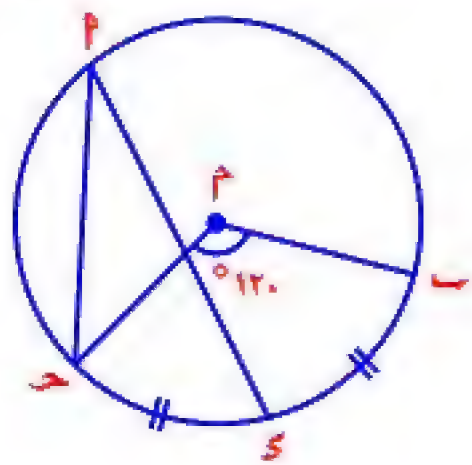
Ⓐ 55°

Ⓐ 110°

Ⓑ 100°

Ⓑ 70°

١٨ في الشكل المقابل :



إذا كانت : \widehat{AP} منتصف \widehat{AB} ، $\widehat{BP} = 120^\circ$ ، فإن : $\angle APB =$

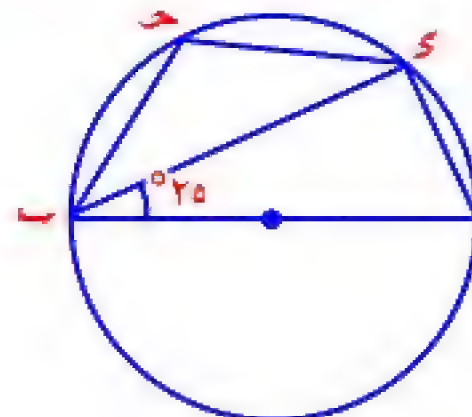
Ⓐ 30°

Ⓐ 15°

Ⓑ 60°

Ⓑ 45°

١٩ في الشكل المقابل : « الأقصر 2017 »



\overline{AP} قطر في الدائرة Γ ، $\widehat{APB} = 25^\circ$ ، $\widehat{ABP} =$ ؟ فإن : $\angle A =$

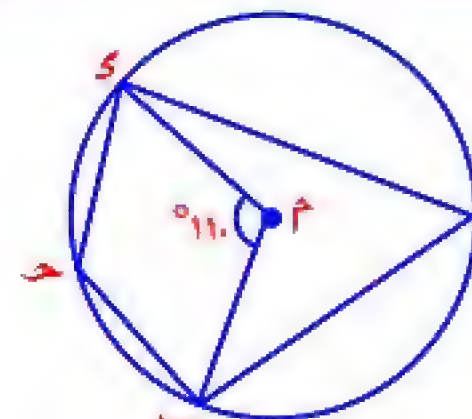
Ⓐ 100°

Ⓐ 50°

Ⓑ 125°

Ⓑ 115°

٢٠ في الشكل المقابل : « الغربية 2017 »



إذا كان : $\widehat{APB} = 110^\circ$ ، فإن : $\angle A =$

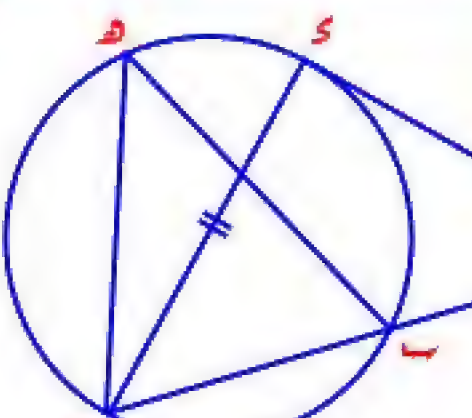
Ⓐ 110°

Ⓐ 70°

Ⓑ 55°

Ⓑ 125°

٢١ في الشكل المقابل :



حزق قطر في الدائرة Γ ، \overline{AP} مماسًا لها عند P ، $\widehat{APB} =$ ؟ فإن : $\angle A =$

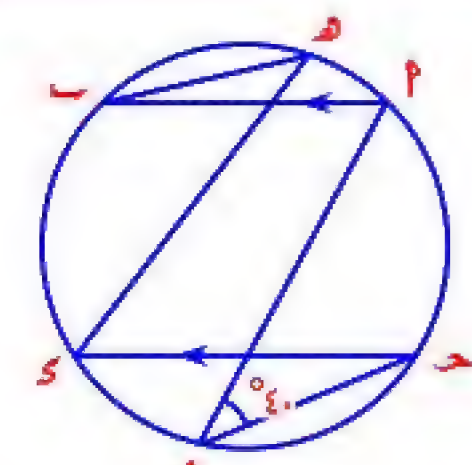
Ⓐ 90°

Ⓐ 60°

Ⓑ 30°

Ⓑ 45°

٢٢ في الشكل المقابل : « الشرقية 2017 »



إذا كان : $\overline{AP} \parallel \overline{BP}$ ، $\widehat{APB} = 40^\circ$ ، فإن : $\angle A =$

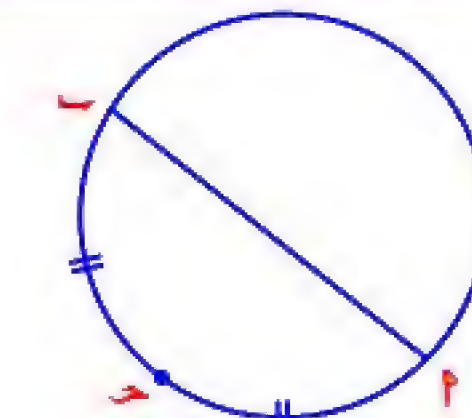
Ⓐ 40°

Ⓐ 50°

Ⓑ 45°

Ⓑ 30°

٢٣ في الشكل المقابل : « الجيزة 2017 »



إذا كانت : \widehat{AP} منتصف \widehat{AB} ، فإن : $\angle A =$

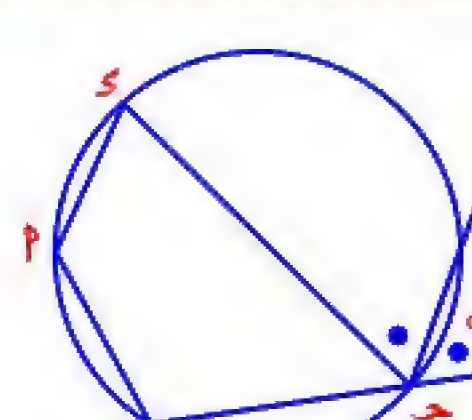
Ⓐ $<$

Ⓐ $>$

Ⓑ $=$

Ⓑ \geq

٢٤ في الشكل المقابل : « الجيزة 2017 »



إذا كانت : $\widehat{APB} = 62^\circ$ ، \overline{AP} ينصف \widehat{AB} بحيث $\widehat{APB} =$

Ⓐ 128°

Ⓐ 62°

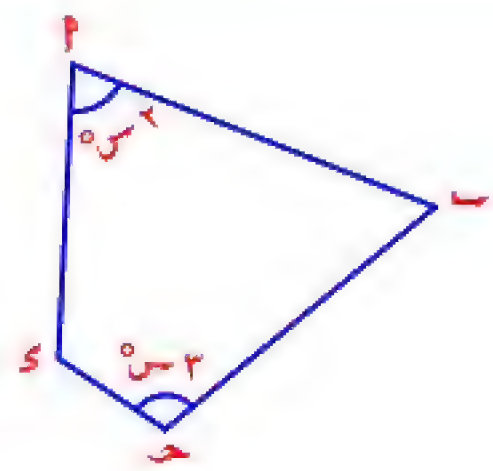
Ⓑ 124°

Ⓑ 56°



٢٥ في الشكل المقابل : «الجيزة 2019»

إذا كان : $\widehat{APB} = 2س$ ، $\widehat{AQB} = 3س$ ، فإن قيمة $س =$



٢٠. (أ) ٣٠

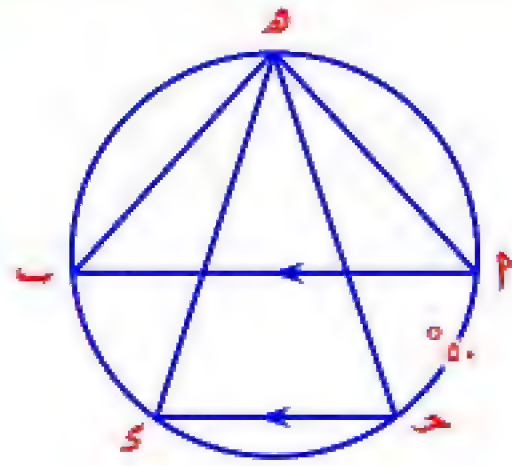
٢٠. (ب) ٣٢

٣٦. (ج) ٣٠

٣٦. (د) ٣٢

٢٦ في الشكل المقابل : «الغربية 2017»

م دائرة ، $\widehat{APB} \parallel \widehat{AQB}$ ، $\widehat{AQB} = 60^\circ$ ، $\widehat{APB} = (3س + 5)^\circ$ ، فإن : $س =$



١٠. (أ) ١٠

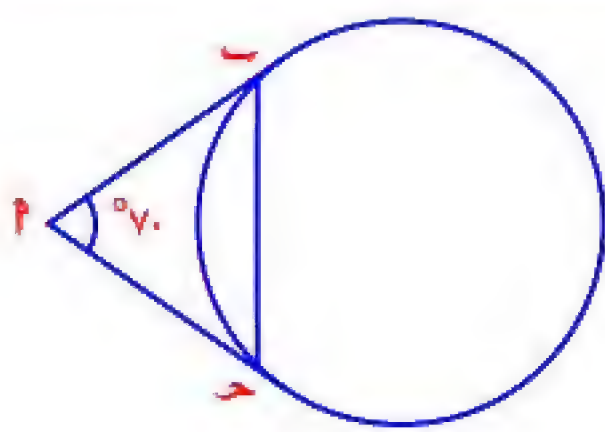
١٠. (ب) ١٥

٢٥. (ج) ١٠

٢٥. (د) ١٥

٢٧ في الشكل المقابل : «الدمهلية 2017»

إذا كان : \widehat{APB} ، \widehat{AQB} مماسان للدائرة عند ب ، ح ، $\widehat{APB} = 70^\circ$ ، فإن : $\widehat{AQB} =$



١١٠. (أ) ١١٠

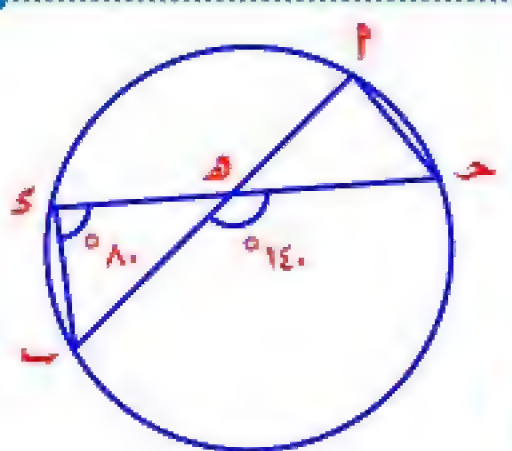
١١٠. (ب) ٩٠

١٠٠. (ج) ٩٠

٩٠. (د) ١٠٠

٢٨ في الشكل المقابل :

$\widehat{APB} \cap \widehat{AQB} = \{H\}$ ، $\widehat{AQB} = 140^\circ$ ، $\widehat{APB} = 80^\circ$ ، فإن : $\widehat{AQB} =$



٣٠. (أ) ٤٠

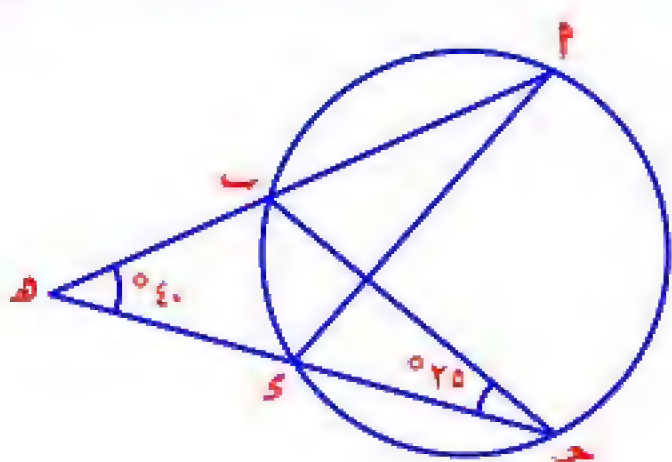
٣٠. (ب) ٥٠

٦٠. (ج) ٤٠

٥٠. (د) ٦٠

٢٩ في الشكل المقابل :

إذا كان : $\widehat{APB} \cap \widehat{AQB} = \{H\}$ ، $\widehat{AQB} = 40^\circ$ ، $\widehat{APB} = 25^\circ$ ، فإن : $\widehat{AQB} =$



٨٠. (أ) ٨٠

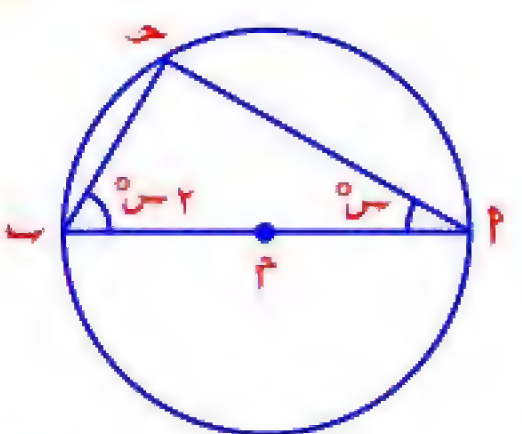
٨٠. (ب) ٥٠

٦٥. (ج) ٥٠

٢٥. (د) ٦٥

٣٠ في الشكل المقابل : «اسوان 2018»

\widehat{APB} قطر في الدائرة م ، $\widehat{APB} = 2س$ ، $\widehat{AQB} = 3س$ ، فإن : $س =$



٣٠. (أ) ٣٠

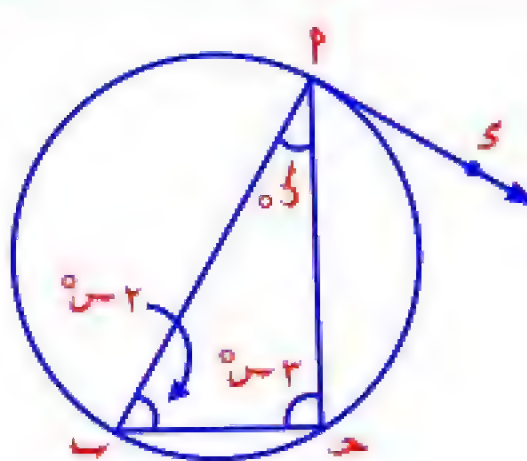
٣٠. (ب) ٢٠

٦٠. (ج) ٢٠

٤٠. (د) ٦٠

٣١ في الشكل المقابل :

\widehat{APB} مماسًا للدائرة عند ب ، $\widehat{APB} = 2س$ ، $\widehat{AQB} = 3س$ ، $\widehat{APB} = 4س$ ، فإن : $\widehat{AQB} =$



٤٠. (أ) ٢٠

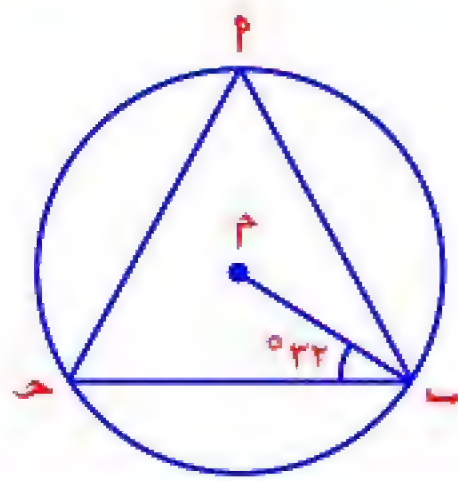
٢٠. (ب) ٦٠

٨٠. (ج) ٢٠

٦٠. (د) ٨٠



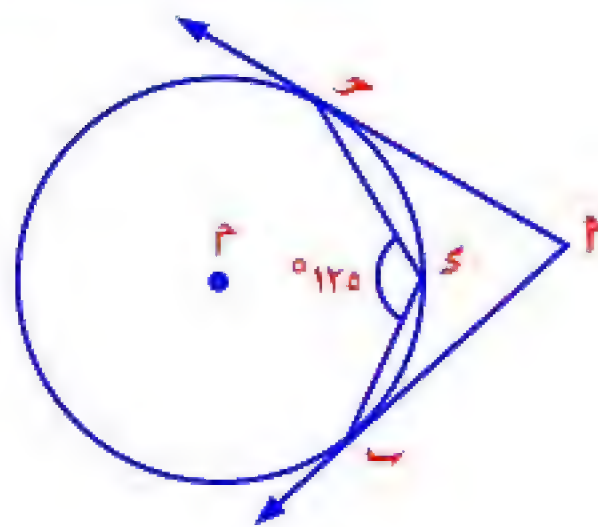
٣٢ في الشكل المقابل :



دائرة مركزها P ، و $\angle A = 32^\circ$ ، فإن : و $\angle B =$

- (أ) 16° (ب) 32°
(ج) 64° (د) 116°

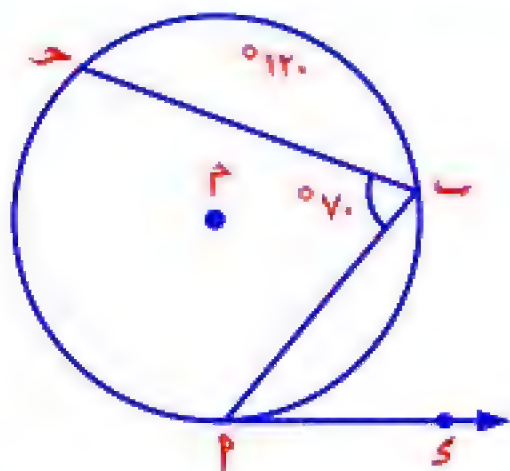
٣٣ في الشكل المقابل :



\overrightarrow{PA} ، \overrightarrow{PB} مماسان للدائرة عند B ، ح ، أخذت $\angle C = 125^\circ$ بحيث و $\angle A =$ ، فإن : و $\angle B =$

- (أ) 50° (ب) 60°
(ج) 70° (د) 80°

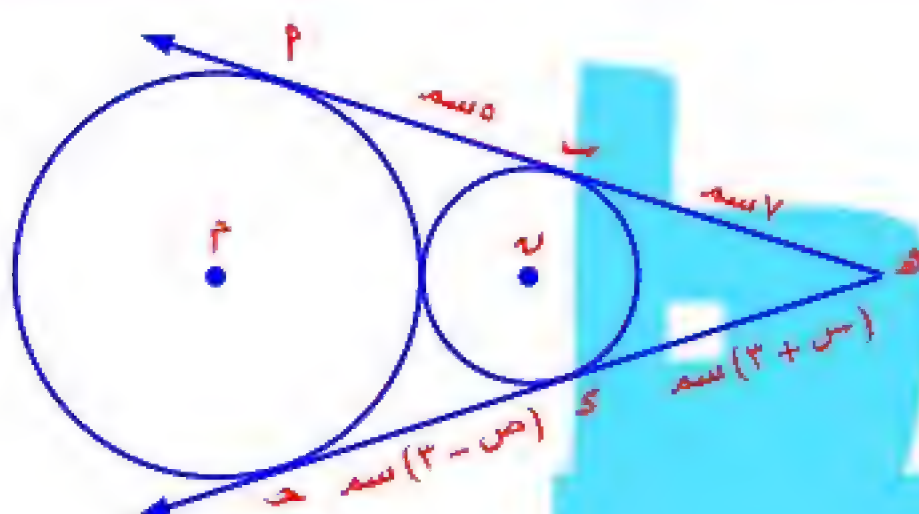
٣٤ في الشكل المقابل :



\overrightarrow{PA} مماسًا للدائرة عند P ، و $\angle A = 70^\circ$ ، و $\angle B = 120^\circ$ ، فإن : و $\angle C =$

- (أ) 50° (ب) 60°
(ج) 70° (د) 35°

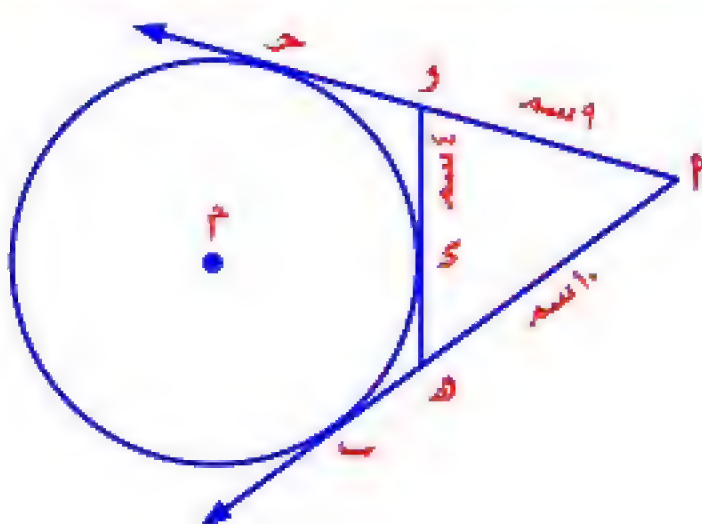
٣٥ في الشكل المقابل :



هـ \overrightarrow{PA} ، هـ \overrightarrow{PB} مماسان مشتركين للدائرتين P ، Q ، $\angle A = 5^\circ$ ، هـ $\angle B = 7^\circ$ سم ، فإن : و $\angle C =$

- (أ) 10° (ب) 11°
(ج) 12° (د) 14°

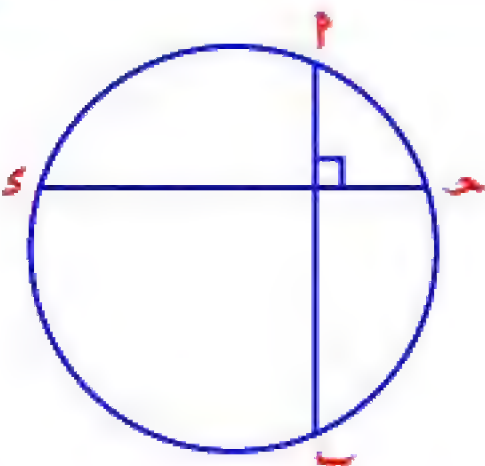
٣٦ في الشكل المقابل :



\overrightarrow{PA} ، \overrightarrow{PB} ، و هـ مماسات للدائرة عند B ، ح ، و على الترتيب ، $\angle A = 9^\circ$ سم ، $\angle B = 10^\circ$ سم ، $\angle C =$ ، فإن : هـ =

- (أ) 3° سم (ب) 4° سم
(ج) 5° سم (د) 6° سم

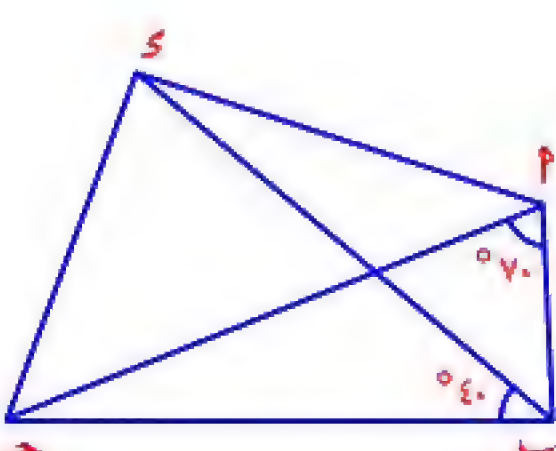
٣٧ في الشكل المقابل :



\overrightarrow{PA} ، \overrightarrow{PB} وتران متعامدان في الدائرة P ، فإن : و $\angle A =$

- (أ) 45° (ب) 90°
(ج) 180° (د) 270°

٣٨ في الشكل المقابل : «دمياط 2016»



\overrightarrow{PA} حـ شكل رباعي دائري فيه ، و $\angle A = 70^\circ$ ، و $\angle B = 40^\circ$ ، فإن : و $\angle C =$

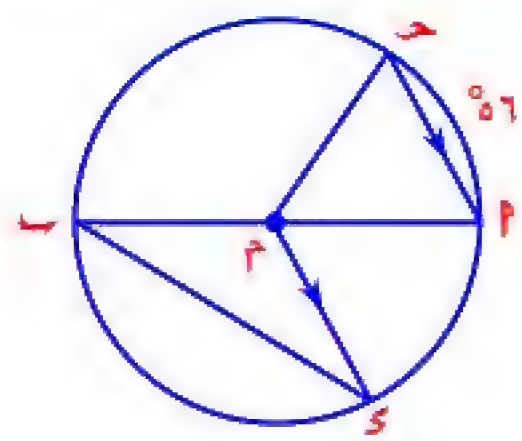
- (أ) 40° (ب) 30°
(ج) 110° (د) 70°



٣٩ في الشكل المقابل :

$\widehat{AP} \parallel \widehat{MS}$ ، $\widehat{AP} = 56^\circ$ ، فإن : $\widehat{PMS} =$

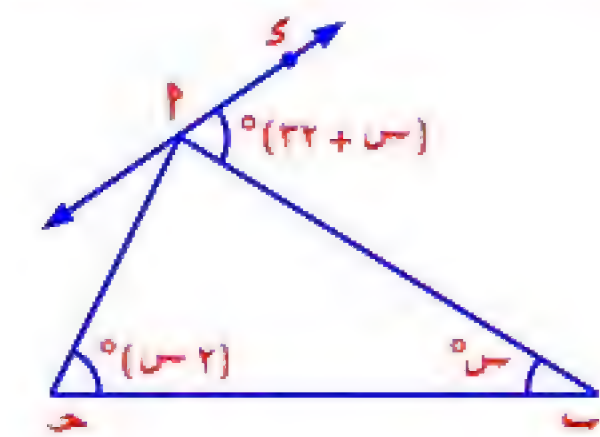
- (أ) 28° (ب) 56°
(ج) 62° (د) 31°



٤٠ في الشكل المقابل :

\widehat{AP} مماسًا للدائرة المارة برؤوس المثلث ABC عند A ، $\widehat{C} = 32^\circ$ ، $\widehat{B} = 52^\circ$ ، فإن : $\widehat{APC} =$

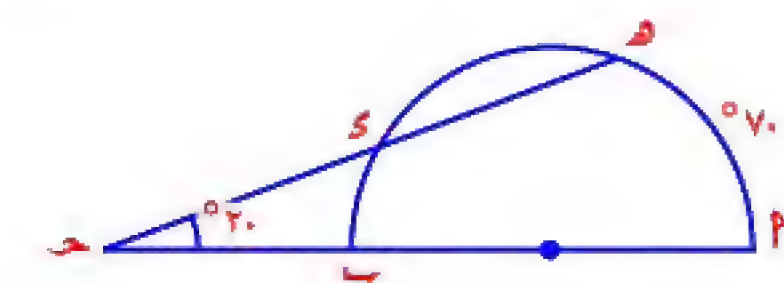
- (أ) 32° (ب) 64°
(ج) 84° (د) 42°



٤١ في الشكل المقابل :

\widehat{AP} قطر في الدائرة C ، $\widehat{C} = 20^\circ$ ، $\widehat{APH} = 70^\circ$ ، فإن : $\widehat{H} =$

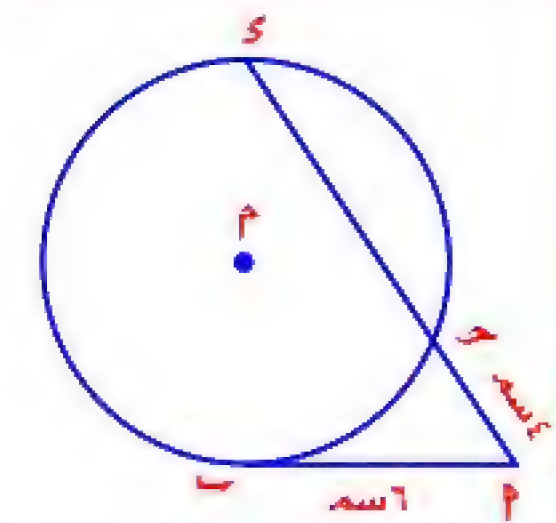
- (أ) 70° (ب) 80°
(ج) 90° (د) 110°



٤٢ في الشكل المقابل :

\widehat{AP} مماسًا للدائرة عند A ، $\widehat{AP} = 6$ سم ، $\widehat{AC} = 4$ سم ، فإن : $\widehat{PC} =$

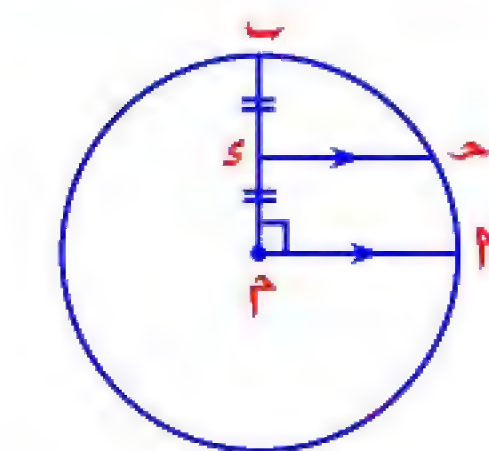
- (أ) 4 سم (ب) 6 سم
(ج) 9 سم (د) 10 سم



٤٣ في الشكل المقابل : «سوهاج 2017»

إذا كان : $\widehat{AP} \parallel \widehat{MS}$ ، $\widehat{APM} = 90^\circ$ ، فإن : $\widehat{AP} =$

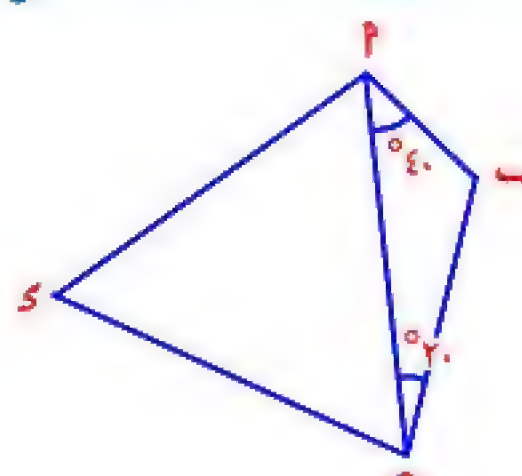
- (أ) 60° (ب) 90°
(ج) 30° (د) 45°



٤٤ في الشكل المقابل : «الشرقية 2018»

\widehat{AP} ABC شكل رباعي دائري ، $\widehat{C} = 40^\circ$ ، $\widehat{APC} = 20^\circ$ ، فإن : $\widehat{A} =$

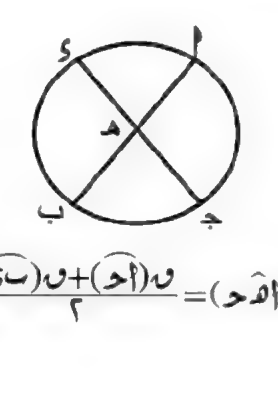
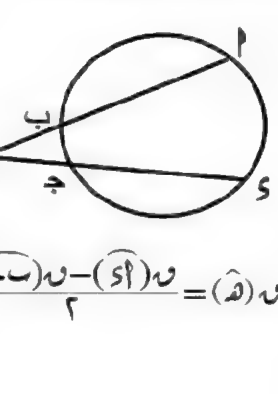
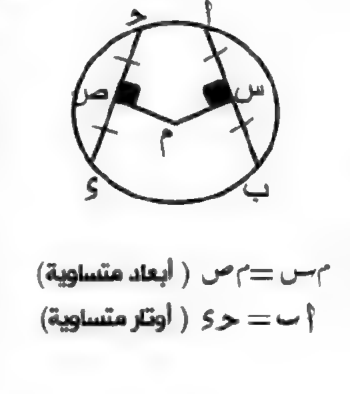
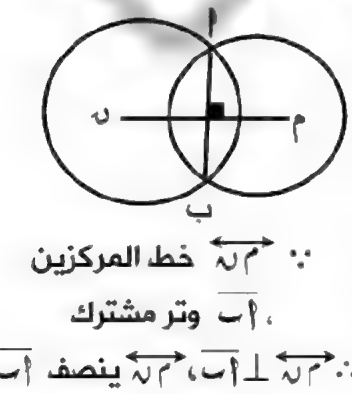
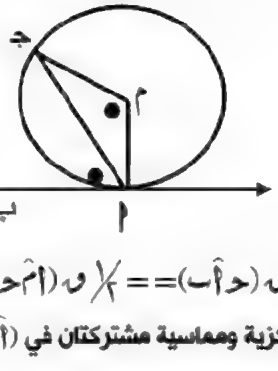
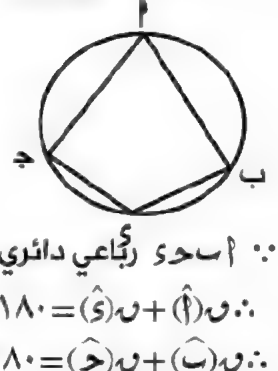
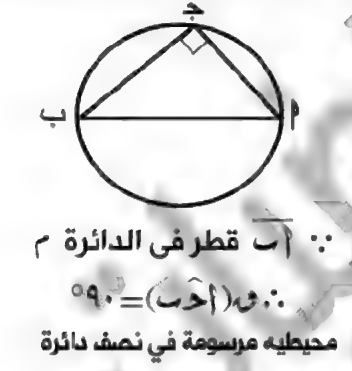
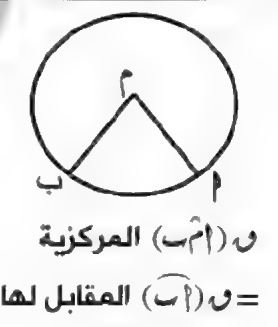
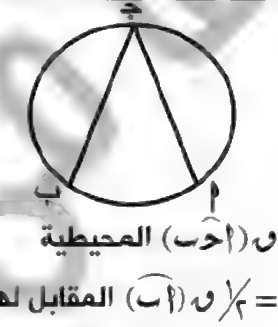
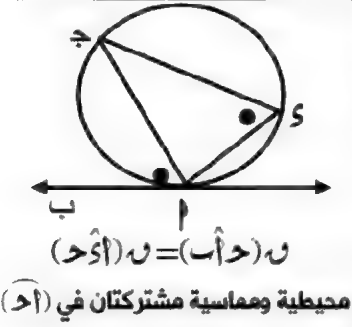
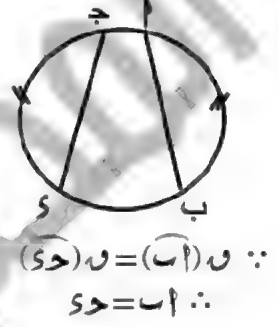
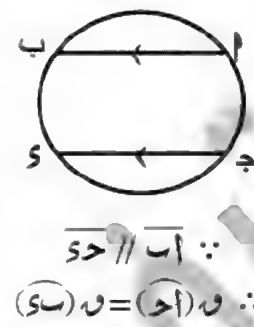
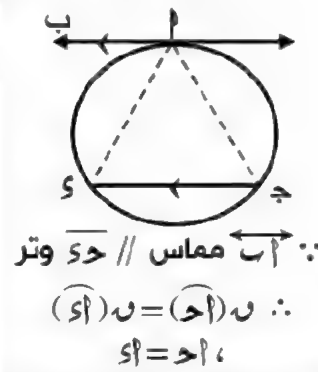
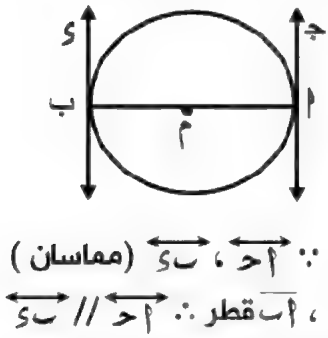
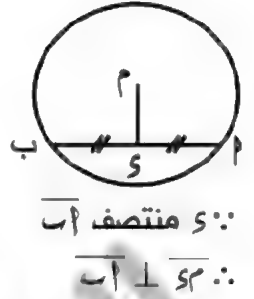
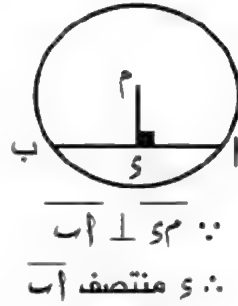
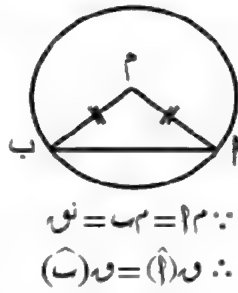
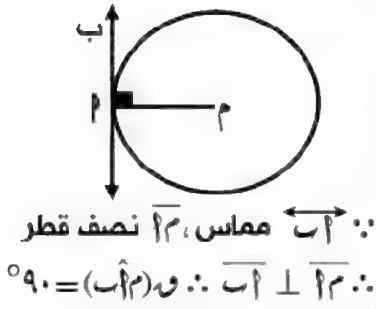
- (أ) 20° (ب) 40°
(ج) 60° (د) 120°

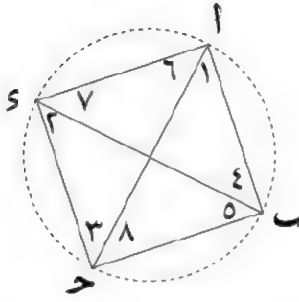


البسيط في الرياضيات ، مُنطلق جديد

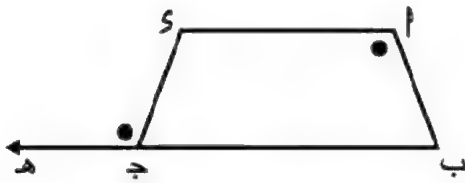


مفاتيح الهندسة للصف الثالث الإعدادي

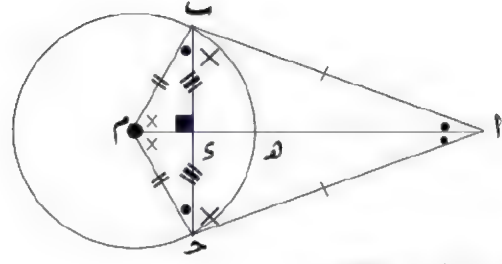




- ① $\angle أ = \angle ب$ ، $\angle ج = \angle د$ يكون رباعي دائري
- ② $\angle أ = \angle ج$ ، $\angle ب = \angle د$ يكون رباعي دائري
- ③ $\angle أ = \angle د$ ، $\angle ب = \angle ج$ يكون رباعي دائري
- ④ $\angle أ = \angle د$ ، $\angle ب = \angle ج$ يكون رباعي دائري



إذا كان : $\angle أ = \angle ب$ الخارجية = $\angle ج = \angle د$ الداخلية المقابلة
فإن الشكل : $\angle أ = \angle ب$ رباعي دائري



نظرية (٤) ونتائجها:

- ① $\angle أ = \angle ب$ ، $\angle ج = \angle د$
- ② $\angle أ = \angle ب$ ، $\angle ج = \angle د$ يكون
- ③ الشكل $\angle أ = \angle ب$ ، $\angle ج = \angle د$ رباعي دائري لأن :
- ④ $\angle أ = \angle ب$ ، $\angle ج = \angle د$ طول $\angle أ = \angle ب$ ، $\angle ج = \angle د$
- ⑤ $\angle أ = \angle ب$ ، $\angle ج = \angle د$ طول $\angle أ = \angle ب$ ، $\angle ج = \angle د$
- ⑥ $\angle أ = \angle ب$ ، $\angle ج = \angle د$ ينصف $\angle أ = \angle ب$ ، $\angle ج = \angle د$
- ⑦ $\angle أ = \angle ب$ ، $\angle ج = \angle د$ ينصف $\angle أ = \angle ب$ ، $\angle ج = \angle د$
- ⑧ قوس الدائرة المحصور بين القطعتان المماسات المرسومتان من نقطة خارج دائرة قوس أصغر في الدائرة.

موضع مستقيم بالنسبة لدائرة

إذا كان $م = ن$ نق
فإن : $ل$ مماس للدائرة

إذا كان $م > ن$ نق
فإن : $ل$ قاطع للدائرة

إذا كان $م < ن$ نق
فإن : $ل$ خارج الدائرة

موضع دائرة بالنسبة لدائرة أخرى

إذا كان لدينا دائرتان لهما $م$ ، $ن$ ، $نجم$ القطرين ثم $نطرح$ القطرين

فإذا كان : $م = ن$

أصغر من
طرحهما

متداخلتان

يساوي
طرحهما

متماستان من
الداخل

بين طرحهما
وجمعهما

متقاطعتان

يساوي
جمعهما

متماستان من
الخارج

أكبر من
جمعهما

متباعدتان

إذا كان $م = ن$ صفر فإن الدائرتان تكونان متحدتان المركز

عدد الدوائر التي تمر بـ

ثلاث نقط ليست علي استقامة واحدة
(واحدة)

ثلاث نقط علي استقامة واحدة
(صفر)

- (١) المستطيل والمربع وشبه المنحرف المتساوي الساقين أشكال رباعية دائرية.
(٢) متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف غير متساوي الساقين ليست أشكالاً رباعية



بعض القوانين الهامة

$$\text{طول القوس} = \frac{\text{قياس القوس}}{360^\circ} \times 2\pi r$$

$$\text{قياس القوس} = \frac{\text{طول القوس}}{2\pi r} \times 360^\circ$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2$$

$$\text{محيط الدائرة} = 2\pi r$$

$$\text{محيط المربع} = \text{طول الضلع} \times 4$$

$$\text{مساحة المربع} = \text{مربع طول ضلعه}$$

$$\text{محيط المستطيل} = (\text{الطول} + \text{العرض}) \times 2$$

$$\text{مساحة المستطيل} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$\text{مساحة متوازي الأضلاع} = \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المعين} = \text{طول الضلع} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المعين} = \frac{1}{2} \times \text{حاصل ضرب طولا قطريه}$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{1}{2} \times \text{مجموع القاعدتين المتوازيتين} \times \text{الارتفاع}$$

٤

٢

١

١

٣

٢

عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متباعدتين

عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرة من نقطة خارجها

عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرة من نقطة عليها

عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متماسكتين من الداخل

عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متماسكتين من الخارج

عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متقاطعتين

عدد المماسات المشتركة التي يمكن رسمها لدائرتين متداخلتين أو متحدى المركز (صفر)

ملخص نظري الهندسة

- ١) نصف قطر الدائرة أى قطعة مستقيمة تصل بين المركز وأى نقطة على الدائرة وكلها متساوية وتساوى r .
- ٢) وتر الدائرة هو أى قطعة مستقيمة تصل بين نقطتين على الدائرة
- ٣) قطر الدائرة وتر يمر بالمركز أو أى قطعة مستقيمة تصل بين نقطتين على الدائرة وتمر بالمركز
- ٤) أى مستقيم يمر بمركز الدائرة هو محور تماثل لها وللدائرة عدد لا نهائى من محاور التماثل
- ٥) محيط الدائرة $= 2\pi r$ π ن. ٦) مساحة الدائرة $= \pi r^2$ ن.
- ٧) خط المركزين الدائرتين متعامستين من الداخل أو الخارج يكون عمودياً على المماس المشترك عند نقطة التماس
- ٨) المستقيم المار بمركز الدائرة وبمنتصف أى وتر فيها يكون عمودياً على هذا الوتر
- ٩) خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على الوتر المشترك وينصفه
- ١٠) المماس لدائرة يكون عمودياً على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس
- ١١) المستقيم العمودى على قطر الدائرة من إحدى نهايته يكون مماساً للدائرة
- ١٢) المماسان لدائرة المرسومان من نهايتي قطر فيهما متوازيين
- ١٣) يوجد عدد لا نهائى من الدوائر التى تمر بنقطة واحدة
- ١٤) يوجد عدد لا نهائى من الدوائر التى تمر بنقطتين
- ١٥) لا يمكن رسم دائرة واحدة تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة
- ١٦) أصغر دائرة يمكن رسمها تمر بالنقطتين A, B طولها يساوى نصف طول AB
- ١٧) يمكن رسم دائرة وحيدة تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة
- ١٨) الدائرة الخارجة للمثلث هي الدائرة التى تمر برؤوس المثلث من الخارج
- ١٩) مركز الدائرة الخارجة للمثلث هي نقطة تقاطع الأعمدة المقامة على أضلاعه من منتصفاتها
- ٢٠) مركز الدائرة الخارجة للمثلث القائم الزاوية هو منتصف الوتر
- ٢١) الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة تكون على أبعاد متساوية من مركزها
- ٢٢) فى الدائرة الواحدة أو فى الدوائر المتطابقة إذا كانت الأوتار على أبعاد متساوية من المركز فإنها تكون متساوية فى الطول
- ٢٣) فى الدائرة الواحدة أو فى الدوائر المتطابقة الأقواس المتساوية فى القياس متساوية فى الطول والعكس صحيح
- ٢٤) فى الدائرة الواحدة أو فى الدوائر المتطابقة الأقواس المتساوية فى القياس أوتارها متساوية فى الطول والعكس صحيح
- ٢٥) الوتران المتوازيان فى الدائرة يحصران قوسين متساويين فى القياس
- ٢٦) القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه متساويان فى القياس
- ٢٧) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس
- ٢٨) قياس الزاوية المركزية ضعف قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى القوس
- ٢٩) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها
- ٣٠) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة قائمة
- ٣١) الزاوية المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة الواحدة متساوية فى القياس

٣٢) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها

٣٣) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة قائمة

٣٤) الزاوية المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة الواحدة متساوية فى القياس

٣٥) فى الدائرة الواحدة أو فى عدة دوائر الزوايا المحيطية المتساوية فى القياس تحصر بين ضلعيهما أقواساً متساوية فى القياس

٣٦) إذا تساوى قياسا زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها فإنه يمر برأسيهما دائرة واحدة تكون هذه القاعدة وترّاً فيها

٣٧) إذا كان الشكل الرباعى دائرياً فإن : كل زاويتان متقابلتان متكاملتان مجموعهم $= ١٨٠^\circ$

٣٨) المستطيل والمربع والشبه منحرف المتساوى الساقين اشكال رباعية دائرية

٣٩) متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف الغير متساوى الساقين رباعيه غير دائرية

٤٠) قياس الزاوية الخارجة عن أى رأس من رؤوس الشكل الرباعى الدائرى يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة

٤١) إذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان فى شكل رباعى كلن هذا الشكل رباعى دائرى

٤٢) إذا وجدت زاوية خارجة عند رأس من رؤوس شكل رباعى قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس كان الشكل رباعياً دائرياً

٤٣) القطعتان المعامستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة متساويتان فى الطول

٤٤) يكون الشكل الرباعى دائرياً إذا تحققت أحد الشروط التالية :

⊙ إذا وجدت نقطة فى مستوى الشكل تكون على ابعاد متساوية من رؤوسه

⊙ إذا وجدت زاويتان متساويتان فى القياس ومرسومتان على ضلع من اضلاعه كقاعدة وفى جهة واحدة من هذا الضلع

⊙ إذا وجدت زاويتان متقابلتان فيه متكاملتان مجموع قياسهما $= ١٨٠^\circ$

⊙ إذا وجدت زاوية خارجة عند أى رأس من رؤوسه قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة له

٤٥) الدائرة الداخلة لمثلث هى الدائرة التى تمس اضلاعه من الداخل

٤٦) مركز الدائرة الداخلة لأى مثلث هو نقطة تقاطع منصفات زواياه

٤٧) الزاوية المعامسية هى الزاوية المكونة من اتحاد شعاعين أحدهما مماس للدائرة والأخر يحتوى وتر الدائرة يمر بنقطة التماس

٤٨) قياس الزاوية المعامسية يساوى نصف قياس القوس الموصول بين ضلعيهما

٤٩) قياس الزاوية المعامسية يساوى قياس الزاوية المحيطية المرسومة على وتر التماس

٥٠) إذا رسم من احدى نقطتى النهاية لوتر فى دائرة بحيث كان قياس الزاوية المحصورة بين هذا الشعاع والوتر يساوى

قياس الزاوية المحيطية المرسومة على نفس الوتر من الجهة الأخرى فإن هذا الشعاع يكون مماساً للدائرة

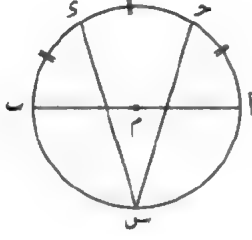
اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) م ، ن دائرتان متباعدتان طولاً نصفى قطريهما ٨ سم ، ٦ سم على الترتيب فإن : م ن ١٤ سم
① > ② < ③ = ④ ≤

٢) قياس الزاوية المحيطية يساوى قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى نفس القوس
① نصف ② ضعف ③ ربع ④ ثلث

٣) إذا كانت الدائرتان م ، ن متعامستان من الداخل طولاً نصفى قطريهما ٧ سم ، ٣ سم فإن : م ن
① ٣ ② ٤ ③ ٧ ④ ١٠

٤ في الشكل المقابل :



AB قطر في الدائرة م

$$\widehat{C} = \widehat{D} = \widehat{A} = \widehat{B}$$

فإن : $\widehat{C} = \widehat{D} = \widehat{A} = \widehat{B} = \dots\dots\dots$

١ ١٥° (ب) ٣٠°

٢ ٤٥° (د) ٦٠°

٥ في الشكل الرباعي الدائري ABCD إذا كان : $\widehat{A} = \widehat{C} = \widehat{B} = \widehat{D}$ فإن : $\widehat{A} = \dots\dots\dots$

١ ٢٠° (ب) ٣٠° (د) ٦٠° (د) ١٢٠°

٦ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموداً على

١ القطر (ب) الوتر (د) الوتر المشترك (د) المماس

٧ الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة

١ حادة (ب) مستقيمة (د) منفرجة (د) قائمة



٨ الشكل المقابل يكون رباعياً دائرياً إذا كان

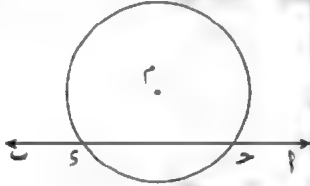
$$\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$$

$$\widehat{A} = \widehat{C} \text{ و } \widehat{B} = \widehat{D}$$

٩ دائرتان م ، ن طولاً نصفى قطريهما ٨ سم ، ٦ سم إذا كان : $m = 14$ سم فإن الدائرتين تكونان

١ متقاطعتين (ب) متباعدتين (د) داخليتين (د) متماستين من الخارج

١٠ في الشكل المقابل :



$$AB \cap \text{سطح الدائرة م} = \dots\dots\dots$$

١ {س، ح} (ب) حـ

٢ حـ (د) Ø

١١ قياس الزاوية المركزية التي تقابل قوساً طوله $\frac{1}{3}\pi$ نـ

١ ٣٠° (ب) ٦٠° (د) ١٢٠° (د) ٢٤٠°

١٢ يمكن رسم دائرة تمر برؤوس

١ معين (ب) مستطيل (د) شبه منحرف (د) متوازي أضلاع

١٣ دائرة طول قطرها ١٠ سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة ٥ سم فإن المستقيم ل يكون

١ مماساً للدائرة (ب) قاطعاً للدائرة (د) خارج الدائرة (د) قطعاً في الدائرة

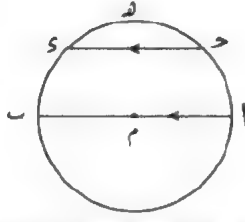
١٤ عدد المماسات المشتركة للدائرتين المتماسيتين من الخارج هو

١ صفر (ب) ١ (د) ٢ (د) ٣

١٥ عدد محاور التماثل لأي دائرة هو

١ صفر (ب) ١ (د) ٢ (د) عدد لا نهائي

١٦ في الشكل المقابل :



إذا كان \widehat{AB} قطر في الدائرة م

، $\widehat{AB} // \widehat{CD}$ ، $\widehat{C} = 80^\circ$ فإن : $\widehat{A} = \dots\dots\dots$

- ① 40° ② 50°
③ 80° ④ 100°

١٧ إذا كان : م ، ن دائرتان متقاطعتان في نقطتين وكان طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٣ سم على الترتيب

فإن : م ن $\supset \dots\dots\dots$

- ① $[7, 3]$ ② $[7, 3[$ ③ $]7, 3[$ ④ $]7, 3]$ ⑤ $[7, 3]$

١٨ محور تماثل الدائرة هو

- ① القطر ② الوتر ③ المستقيم العار بالمركز ④ المماس

١٩ قياس القوس الذي يمثل ربع قياس الدائرة يساوى

- ① 60° ② 90° ③ 120° ④ 240°

٢٠ المماسان المرسومان من نهايتى قطر في دائرة يكونان

- ① متعامدين ② متوازيين ③ متقاطعتين ④ منطبقين

٢١ وتر طوله ٨ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠ سم فإنه يبعد عن المركز

- ① ٢ ② ٤ ③ ٦ ④ ٨

٢٢ مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تقاطع

- ① متوسطاته ② ارتفاعاته ③ محاور تماثل أضلاعه ④ منصفات زواياه الداخلة

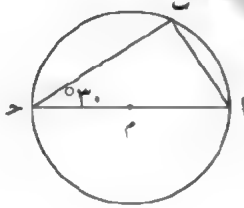
٢٣ قياس الزاوية المركزية المرسومة في ثلث دائرة يساوى

- ① 240° ② 120° ③ 60° ④ 30°

٢٤ م ، ن دائرتان متماستان من الداخل طول نصفى قطريهما ٧ سم ، ١٠ سم فإن : م ن =

- ① ٣ ② ١٧ ③ ٧ ④ ١٠

٢٥ في الشكل المقابل :

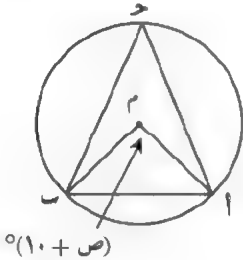


أح قطر في الدائرة م

، $\widehat{C} = 30^\circ$ فإن : $\widehat{A} = \dots\dots\dots$

- ① 120° ② 60°
③ 90° ④ 40°

٢٦ في الشكل المقابل :

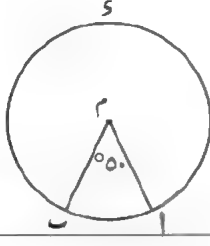


دائرة مركزها م إذا كان : $\widehat{C} = 40^\circ$

، $\widehat{A} = (10 + \text{ص})^\circ$ فإن : $\widehat{B} = \dots\dots\dots$

- ① 70° ② 80°
③ 100° ④ 180°

٢٧) في الشكل المقابل :



و (٢) = ٥٠° فإن : و (١) = =

١) ٥٠°

٢) ٣١٠°

٣) ١٠٠°

٤) ٣٥٠°

٢٨) الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين

١) وترين

٢) مماسين

٣) وتر ومماس

٤) وتر وقطر

٢٩) دائرة طول محيطها $\pi 6$ سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٥ سم فإن المستقيم ل يكون

١) مماساً للدائرة

٢) قاطعاً للدائرة

٣) خارج الدائرة

٤) قطعاً في الدائرة

٣٠) ا ب ح د رباعي دائري فيه : و (أ) = ٣° و (ح) = ٦° فإن : و (أ) = =

١) ٩٠°

٢) ٤٥°

٣) ١٣٥°

٤) ١٢٠°

٣١) إذا كان طولان نصفى قطرى الدائرتين م ، ن هما ٦ سم ، ٣ سم وكان م = ٢ سم فإن : م ، ن

١) متقاطعتان

٢) متداخلتان

٣) متباعدتان

٤) متماستان من الخارج

٣٢) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدثى المركز يساوى

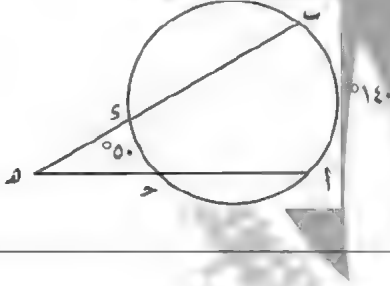
١) ٣

٢) ١

٣) ٢

٤) صفر

٣٣) في الشكل المقابل :



و (١) = ١٤٠° ، و (٢) = ٥٠°

فإن : و (٣) =

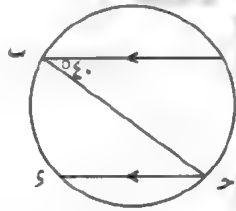
١) ٤٥°

٢) ٤٠°

٣) ٥٥°

٤) ٩٥°

٣٤) في الشكل المقابل :



أ ب // ح د ، و (ب) = ٤٠°

فإن : و (س) =

١) ٢٠°

٢) ٤٠°

٣) ٨٠°

٤) ١٦٠°

٣٥) قياس الزاوية المركزية = قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس

١) $\frac{1}{2}$

٢) $\frac{1}{4}$

٣) ٢

٤) ١

٣٦) مجموعة نقاط الدائرة ن \cap مجموعة النقاط داخل الدائرة ن =

١) الدائرة ن

٢) سطح الدائرة ن

٣) محيط الدائرة ن

٤) محيط الدائرة ن

٣٧) دائرتان م ، ن متماستان من الداخل نصفى قطرى الدائرتين ٥ سم ، ن سم ، ن < ٥ ، م = ٣ سم

فإن : ن = سم

١) ٦

٢) ٨

٣) ٧

٤) ٩

٣٨) عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة يساوى

١) صفر

٢) واحد

٣) ثلاث

٤) عدد لا نهائى

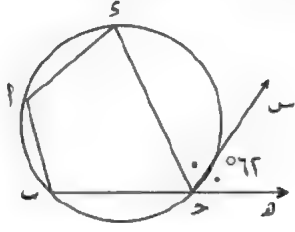
٢٩ أطول الاوتار فى الدائرة يسمى

٥ نصف قطر

٦ قاطع

٧ مماس

٨ قطر



٤٠ فى الشكل المقابل :

إذا كانت : $m \supset \widehat{AC}$ ، \widehat{BC} ينصف (ع ح د)

، و (س ح د) = 62° فإن : و (أ) =

١١٨ ٥

٦٢ ١

١٢٤ ٥

٥٦ ٥

٤١ النسبة بين قياس الزاوية المحيطية وقياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس =

٣ : ١ ٥

١ : ١ ٥

١ : ٢ ٥

٢ : ١ ١

٤٢ دائرة طول نصف قطرها (٢ + س) سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة (٢ + س) سم

حيث $s < 0$ فإن المستقيم ل يكون

١ خارج الدائرة ٢ مماساً للدائرة ٣ قاطعاً للدائرة ٤ ماراً بمركز الدائرة

٤٣ إذا كان : $\widehat{AC} \cap$ الدائرة = $\{A, B\}$ فإن : $\widehat{AC} \cap$ سطح الدائرة =

١ ٥

٢ ٥

٣ ٥

٤ ٥

٤٤ الزاوية المحيطية التى تقابل قوساً أصغر فى الدائرة تكون

٥ حادة

٥ منفرجة

٥ قائمة

١ منعكسة

٤٥ فى الشكل المقابل :



م دائرة فإذا كان : و (أ) = 50°

فإن : و (أ) =

٥٠ ٥

٤٠ ١

١٣٠ ٥

١٠٠ ٥

٤٦ فى الشكل المقابل :

$\widehat{AC} \parallel \widehat{BD}$ ، $\widehat{AC} = \widehat{BD}$

، و (أ) = 90°

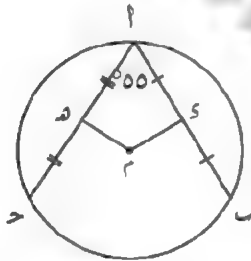
فإن : و (أ) =

٦٠ ٥

٤٥ ١

٩٠ ٥

٣٠ ٥



٤٧ فى الشكل المقابل :

و منتصف \widehat{AB} ، و منتصف \widehat{AC}

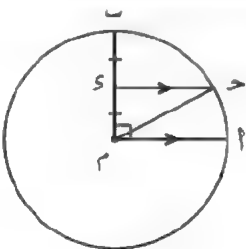
، و (أ) = 55° فإن : و (و) =

١٣٠ ٥

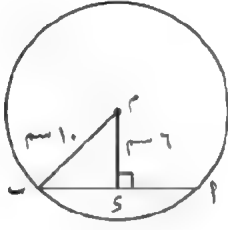
١٢٠ ١

١٢٥ ٥

١٣٥ ٥



٤٨) في الشكل المقابل :



إذا كان : $OP = 6$ سم ، $OQ = 10$ سم فإن : $RP =$ سم

١٦ (ب)

١٠ (أ)

٤ (د)

٧ (ج)

٤٩) دائرة طول قطرها ١٠ سم فإذا كان المستقيم l قاطعاً للدائرة فإنه يبعد عن مركزها سم

٤ (د)

٧ (ج)

٦ (ب)

١٠ (أ)

٥٠) دائرة m طول قطرها ١٠ سم فإذا كان المستقيم l خارج الدائرة m فإن البعد بين المركز m والمستقيم l \supseteq

$] \infty, 5 [$ (د)

$[5, 0 [$ (ج)

$] 5, 0 [$ (ب)

$\{ 5, 0 \}$ (أ)

٥١) إذا كان طول نصف قطر الدائرة m = طول نصف قطر الدائرة n فإن الدائرتين

متقاطعتان (د)

متطابقتان (ج)

متباعدتان (ب)

متداخلتان (أ)

٥٢) إذا كان المستقيم l \cap الدائرة $m = \emptyset$ فإن المستقيم l يكون

محور تماثل للدائرة (د)

خارج الدائرة (ج)

خارج الدائرة (ب)

قاطعاً للدائرة (أ)

٥٣) دائرتان طولاً نصفى قطريهما ٥ سم ، ٨ سم تكونان متماستين إذا كان البعد بين مركزيهما \supseteq

$] 13, 3 [$ (د)

$[13, 3 [$ (ج)

$] 13, 3 [$ (ب)

$\{ 13, 3 \}$ (أ)

٥٤) عدد الدوائر التي يمكن رسمها تمر بثلاث نقط، ليست على استقامة واحدة هو

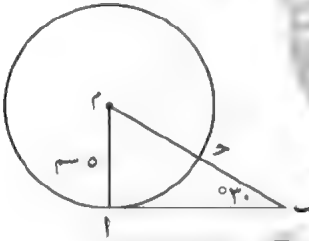
لا يوجد (د)

عدد لا نهائى (ج)

٢ (ب)

١ (أ)

٥٥) في الشكل المقابل :



AP مماسه ، $OP = 5$ سم ، $\angle ROQ = 30^\circ$ فإن : طول $AP =$ سم

٧ (ب)

٥ (أ)

١٠ (د)

٨ (ج)

٥٦) دائرتان m ، n طولاً نصفى قطريهما ٩ سم ، ٤ سم ، $OP = 16$ سم فإن الدائرتين تكونان

متماستين من الخارج (أ)

متماستين من الداخل (ب)

متباعدتين (د)

متقاطعتين (ج)

٥٧) AB ، CD وتران متساويان في الطول في دائرة m ، S ، T منتصفا AB ، CD على الترتيب ، $ST = 3$ سم

فإن : $MT =$ سم

٣ (د)

٤ (ج)

٦ (ب)

$\frac{3}{2}$ (أ)

٥٨) إذا كان سطح الدائرة $m \cap$ سطح الدائرة $n = \{ \}$ فإن الدائرتين m ، n

متماستان من الخارج (د)

متقاطعتان (ج)

متحدتا المركز (ب)

متباعدتان (أ)

٥٩) لا يمكن رسم دائرة تمر بروؤس

المستطيل (د)

المعين (ج)

المربع (ب)

المثلث (أ)

٦٠) عدد محاور تماثل نصف دائرة عدد محاور تماثل مثلث متساوى الساقين

$<$ (د)

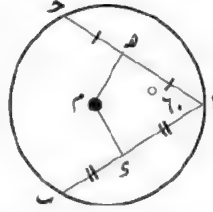
$=$ (ج)

$>$ (ب)

\leq (أ)

١ في الشكل المقابل :

و (أ) = ٦٠° ، ه منتصف آح
، و منتصف أب
أوجد : و (س ه)



برهان

∴ و منتصف أب ∴ م ه ⊥ آح ∴ و (م س ه) = ٩٠°
∴ ه منتصف آح ∴ م و ⊥ أب ∴ و (م و ه) = ٩٠°
∴ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°
∴ و (س ه) = (٩٠° + ٦٠° + ٩٠°) - ٣٦٠° = ١٢٠°

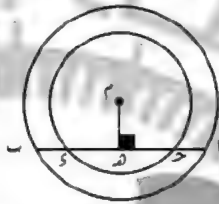
٢ في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز (م)

، أب وتر في الدائرة الكبرى

، يقطع الدائرة الصغرى في ح ، و

، م ه ⊥ أب أثبت أن : آح = س و



برهان

في الدائرة الكبرى : م ه ⊥ أب ∴ ه منتصف أب
① ∴ آه = ه ب
في الدائرة الصغرى : م و ⊥ ح و ∴ و منتصف ح و
② ∴ ح و = و س
بطرح ② من ① : آه - ح و = ه ب - و س
∴ آح = س و

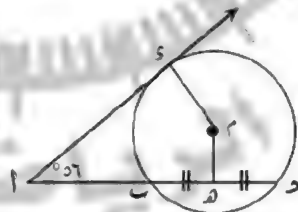
٣ في الشكل المقابل :

آ و مماس للدائرة م

، آ ح يقطع الدائرة م

في ب ، و

، و (أ) = ٥٦° أوجد : و (س ه)



برهان

∴ آ و مماس للدائرة م عند و ، م و ⊥ آ و (ن و)
∴ م و ⊥ آ و ∴ و (م س و) = ٩٠°
∴ ه منتصف آ ب
∴ م ه ⊥ آ ب ∴ و (م ه ب) = ٩٠°
∴ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°
∴ و (س ه) = (٩٠° + ٥٦° + ٩٠°) - ٣٦٠° = ١٢٤°
= ٣٦٠° - ٢٣٦° = ١٢٤°

٤ في الشكل المقابل :

م ، ه دائرتان طولاً نصفى قطريهما

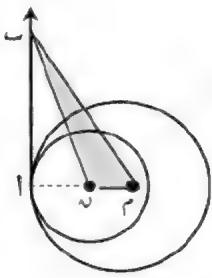
١٠ سم ، ٦ سم على الترتيب

ومتماستان من الداخل في أ

، آ ب مماس مشترك لهما عند أ

إذا كانت مساحة سطح : Δ م ب ه = ٢٤ سم²

فأوجد : طول آ ب ؟



برهان

∴ آ ب مماس للدائرة م ∴ آ م ⊥ آ ب

∴ الدائرتان م ، ه متماستان من الداخل

∴ م ه = ١٠ - ٦ = ٤ سم

∴ مساحة Δ م ب ه = ١/٢ × م ب × آ ب

∴ ٢٤ = ١/٢ × ١٠ × آ ب

∴ آ ب = ١٢ سم

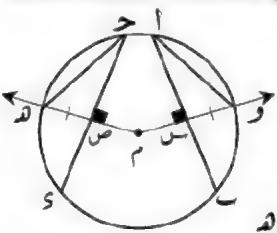
٥ في الشكل المقابل :

م و ⊥ أب ، م ه ⊥ ح و

، و س = ه س

أثبت أن :

(١) آ ب = ح و (٢) آ و = ح ه



برهان

∴ م و = م ه = م س ∴ ①

∴ و س = ه س ∴ ②

بطرح ② من ① ∴ م و = م س

∴ م س ⊥ أب ، م و ⊥ ح و

∴ آ ب = ح و (أولاً)

∴ م س ⊥ أب ∴ س منتصف آ ب

∴ آ س = س ب

∴ م و ⊥ ح و ∴ و منتصف ح و

∴ ح و = و س

∴ آ ب = ح و ∴ آ س = و س

∴ Δ آ س و ، ح و س فيهما :

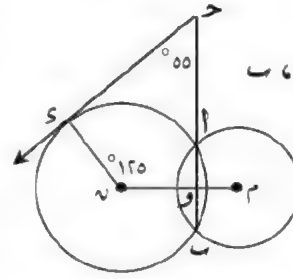
① آ س = ح و س

② و س = ح و

③ و (آ س و) = و (ح و س) = ٩٠°

∴ Δ آ س و ≡ Δ ح و س وينتج أن : آ و = ح ه

٦ في الشكل المقابل :



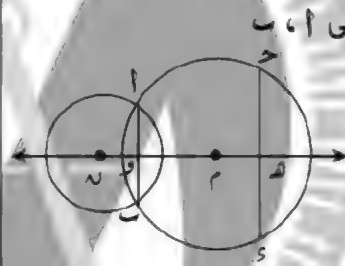
م ، ن دائرتان متقاطعتان في ا ، ب
 $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{MN} = \{و\}$
 $\widehat{و(م)س} = 125^\circ$
 $\widehat{و(ن)ح} = 55^\circ$

أثبت أن : $\overleftrightarrow{حو}$ مماس للدائرة ن عند و

برهان

$\overleftrightarrow{م ن}$ خط المراكزين ، $\therefore \overleftrightarrow{أ ب}$ وتر مشترك
 $\therefore \overleftrightarrow{م ن} \perp \overleftrightarrow{أ ب}$ $\therefore \widehat{و(ا)ن} = 90^\circ$
 مجموع قياسات الشكل الرباعي الداخلة $= 360^\circ$
 $\therefore \widehat{و(ح)ن} = 360^\circ - (\widehat{و(ا)ن} + \widehat{و(م)س} + \widehat{و(ن)ح}) = 360^\circ - (90^\circ + 125^\circ + 55^\circ) = 90^\circ$
 $\therefore \overleftrightarrow{ن و} \perp \overleftrightarrow{ح و}$ $\therefore \overleftrightarrow{ح و}$ مماس للدائرة ن عند و

٧ في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في ا ، ب
 $\overleftrightarrow{ح و}$ وتر في الدائرة م
 $\overleftrightarrow{م ن}$ في ه
 فإذا كانت ه منتصف $\overleftrightarrow{ح و}$
 أثبت أن : $\overleftrightarrow{أ ب} \parallel \overleftrightarrow{ح و}$

برهان

$\overleftrightarrow{م ن}$ خط المراكزين ، $\therefore \overleftrightarrow{أ ب}$ وتر مشترك
 $\therefore \overleftrightarrow{م ن} \perp \overleftrightarrow{أ ب}$ $\therefore \widehat{و(ا)ن} = 90^\circ$
 \therefore ه منتصف $\overleftrightarrow{ح و}$ $\therefore \overleftrightarrow{م ن} \perp \overleftrightarrow{ح و}$
 $\therefore \widehat{و(ح)م} = 90^\circ$
 $\therefore \widehat{و(ح)م} = \widehat{و(ا)ن} = 90^\circ$ "في وضع تناظر"
 $\therefore \overleftrightarrow{أ ب} \parallel \overleftrightarrow{ح و}$

٨ في الشكل المقابل :



دائرتان متحدتا المركز م
 $أ ب = أ ح$
 أثبت أن : $س ص = ع ل$

العمل : نرسم $\overleftrightarrow{م و} \perp \overleftrightarrow{أ ب}$ ، $\overleftrightarrow{م ه} \perp \overleftrightarrow{أ ح}$

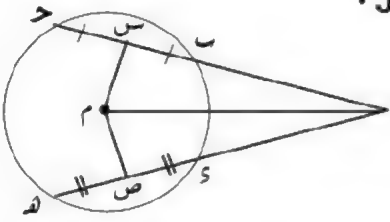
البرهان : في الدائرة الكبرى :

$\therefore أ ب = أ ح$ ، $\overleftrightarrow{م و} \perp \overleftrightarrow{أ ب}$ ، $\overleftrightarrow{م ه} \perp \overleftrightarrow{أ ح}$
 $\therefore م و = م ه$

في الدائرة الصغرى :

$\therefore م و \perp س ص$ ، $\overleftrightarrow{م ه} \perp ع ل$ ، $م و = م ه$
 $\therefore س ص = ع ل$

٩ في الشكل المقابل :

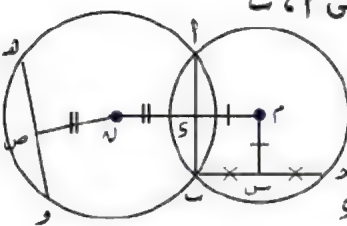


$س ح = س و$
 $س$ منتصف $\overleftrightarrow{ح و}$ ،
 $ص$ منتصف $\overleftrightarrow{و ه}$ ،
 أثبت أن : $أ ب = أ و$

برهان

$\therefore س$ منتصف $\overleftrightarrow{ح و}$ $\therefore م س \perp \overleftrightarrow{ح و}$
 $\therefore ص$ منتصف $\overleftrightarrow{و ه}$ $\therefore م ص \perp \overleftrightarrow{و ه}$
 $\therefore س ح = س و$ ، $م س = م ص$ \leftarrow ①
 في $\triangle أ س م$ ، $\triangle أ ص م$ فيهما :
 ① $م س = م ص$
 ② $\angle أ س م = \angle أ ص م$ ضلع مشترك
 $\therefore \triangle أ س م \equiv \triangle أ ص م$ وينتج من التطابق أن :
 $أ س = أ ص$ \leftarrow ③
 $\therefore س$ منتصف $\overleftrightarrow{ح و}$ $\therefore س ح = س و$
 $\therefore ص$ منتصف $\overleftrightarrow{و ه}$ $\therefore ص و = ص ه$
 $\therefore س ح = س و$ ، $س و = ص و$ \leftarrow ④
 وبطرح ① ، ③ : $أ س - س و = أ ص - ص و$
 $\therefore أ ب = أ و$

١٠ في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في ا ، ب
 $\overleftrightarrow{م ن} \cap \overleftrightarrow{أ ب} = \{س\}$
 $س$ منتصف $\overleftrightarrow{ح و}$ ،
 $\overleftrightarrow{ن و} \perp \overleftrightarrow{ه و}$ ،
 $م س = م و$ ، $ن و = ن ه$
 أثبت أن : $س ح = س و$

برهان

في الدائرة م

$\therefore س$ منتصف $\overleftrightarrow{ح و}$ $\therefore م س \perp \overleftrightarrow{ح و}$
 $\therefore \overleftrightarrow{م ن}$ خط المراكزين ، $\overleftrightarrow{أ ب}$ وتر مشترك
 $\therefore \overleftrightarrow{م ن} \perp \overleftrightarrow{أ ب}$

$\therefore م س = م و$ $\therefore س ح = س و$ \leftarrow ①

في الدائرة هـ

$\therefore \overline{ن ه} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{ن ه} \perp \overline{ه و}$ ، $\overline{ن ه} = \overline{ن و}$

$\therefore \overline{ه و} = \overline{أ ب}$ ← ①

من ① ، ① $\therefore \overline{ح و} = \overline{ه و}$

١١ في الشكل المقابل :

$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ح}$ وتران في الدائرة م

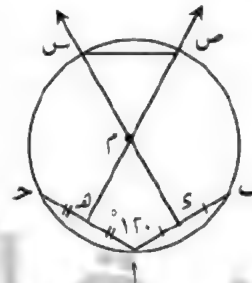
، $س$ ، $هـ$ منتصفا $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ح}$

رسم $و م$ ، $هـ م$ فقطعا الدائرة

في $س$ ، $ص$ على الترتيب

و $(ب أ ح) = ٩٢٠$

اثبت أن : $\Delta س ص م$ متساوي الأضلاع



برهان

\therefore و منتصف $\overline{أ ب}$ $\therefore \overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ و $(م أ ب) = ٩٠$

\therefore هـ منتصف $\overline{أ ح}$ $\therefore \overline{م ه} \perp \overline{أ ح}$ و $(م أ ح) = ٩٠$

\therefore مجموع قياسات الشكل الرباعي الداخلة = ٣٦٠

\therefore و $(س هـ م) = ٣٦٠ - (٩٠ + ٩٠ + ١٢٠) = ٦٠$

\therefore و $و م$ ، $هـ م$ متقاطعين في م

\therefore و $(س هـ م) =$ و $(ص م س) = ٦٠$ بالتقابل بالرأس

، \therefore م س ، م ص "انصاف اقطار"

$\therefore \Delta س ص م$ متساوي الأضلاع

١٢ في الشكل المقابل :

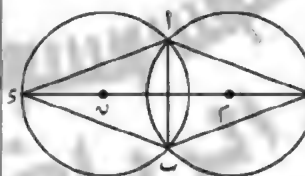
م ، هـ دائرتان متقاطعتان في $أ$ ، $ب$

نقطة ح تقع على الدائرة م

نقطة و تقع على الدائرة هـ

و $\overline{و م} \supseteq \overline{و ه}$ ، و $\overline{و م} \supseteq \overline{و ن}$

اثبت أن : و $(ح أ س) =$ و $(و ح و)$



برهان

\therefore و $\overline{و م}$ خط المركزين ، $\overline{أ ب}$ وتر مشترك

\therefore و $\overline{و م}$ محور تماثل $\overline{أ ب}$ \therefore و $أ ح =$ و $أ و =$

في $\Delta أ ح و$ ، $أ و$

① $أ ح =$ و $أ و$

② $أ و =$ و $أ ح$

③ و $و م$ ضلع مشترك $\therefore \Delta أ ح و \equiv \Delta أ و م$

وينتج من التطابق أن : و $(ح أ س) =$ و $(و ح و)$

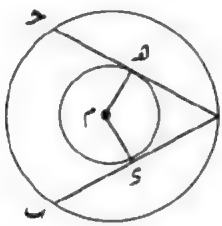
١٣ في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م

$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ح}$ قطعتان ممستان

للدائرة الصغرى

اثبت أن : $\overline{أ ب} = \overline{أ ح}$



برهان

\therefore و $\overline{أ ح}$ مماس للدائرة م عند هـ ، $\overline{م ه}$ نصف قطر

$\therefore \overline{م ه} \perp \overline{أ ح}$

\therefore و $\overline{أ ب}$ مماس للدائرة م عند س ، $\overline{م س}$ نصف قطر

$\therefore \overline{م س} \perp \overline{أ ب}$

، \therefore و $م ه =$ و $م س$ $\therefore \overline{أ ب} = \overline{أ ح}$

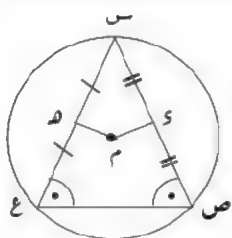
١٤ في الشكل المقابل :

م دائرة و $(س ح ع) =$ و $(س ع ص)$

، و منتصف $\overline{س ص}$

، هـ منتصف $\overline{س ع}$

اثبت أن : و $س =$ و $م ه$



برهان

في $\Delta س ص ع$: و $(س) =$ و $(ع)$

\therefore و $س ص =$ و $س ع$

\therefore و منتصف $\overline{س ص}$ $\therefore \overline{م س} \perp \overline{س ص}$

\therefore و منتصف $\overline{س ع}$ $\therefore \overline{م ه} \perp \overline{س ع}$

\therefore و $س م =$ و $م ه$

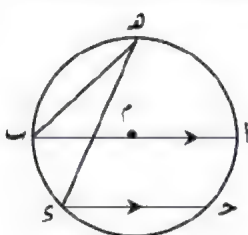
١٥ في الشكل المقابل :

$\overline{أ ب}$ قطر في الدائرة م

، $\overline{أ ب} \parallel \overline{ح و}$

، و $(و س) = ٨٠$

أوجد : و $(هـ)$



برهان

\therefore و $\overline{أ ب}$ قطر في الدائرة م

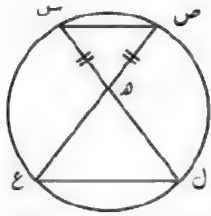
\therefore و $(أ ح ب) = ١٨٠$ ، و $(و س) = ٨٠$

\therefore و $(أ ح) + (و س) = ١٨٠ - ٨٠ = ١٠٠$

\therefore و $\overline{أ ب} \parallel \overline{ح و}$ \therefore و $(أ ح) = (و س) = \frac{1}{2} \times ١٠٠ = ٥٠$

، و $(هـ)$ محيطية مقابلة لـ $(و س)$

\therefore و $(هـ) = \frac{1}{2} \times (و س) = \frac{1}{2} \times ٥٠ = ٢٥$



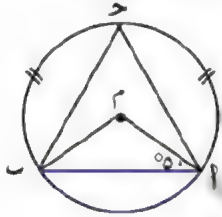
١٩ في الشكل المقابل :

صع \cap سل = {هـ}
 $\widehat{هـس} = \widehat{هـص}$ ،
 أثبت أن : $\widehat{هـع} = \widehat{هـل}$

برهان

- (١) $\therefore \widehat{هـس} = \widehat{هـص} \because \widehat{هـ(ص)} = \widehat{هـ(س)}$
 (٢) $\therefore \widehat{هـ(ص)} = \widehat{هـ(ل)}$ محيطيتان مشتركتان في (س ع)
 (٣) $\therefore \widehat{هـ(س)} = \widehat{هـ(ع)}$ محيطيتان مشتركتان في (ص ل)
 من (١) ، (٢) ، (٣)

$$\therefore \widehat{هـ(ل)} = \widehat{هـ(ع)} \therefore \widehat{هـل} = \widehat{هـع}$$

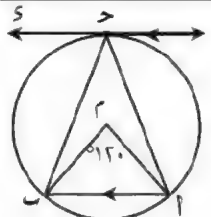


٢٠ في الشكل المقابل :

$\widehat{م(أب)} = ٥٠^\circ$
 $\widehat{ب(أح)} = \widehat{ب(حأ)}$ ،
 أوجد : $\widehat{م(أح)}$

برهان

$$\begin{aligned} \therefore \widehat{أب} = \widehat{مب} = \widehat{نق} \\ \therefore \widehat{ب(مأ)} = \widehat{ب(أب)} = ٥٠^\circ \\ \therefore \widehat{ب(أم)} = ١٨٠^\circ - ٥٠^\circ - ٥٠^\circ = ٨٠^\circ \\ \therefore \widehat{ب(أح)} = \widehat{ب(أب)} = \frac{1}{2} \times ٨٠^\circ = ٤٠^\circ \\ \text{"محيطية ومركزية مشتركتان في (أب)"} \\ \therefore \widehat{ب(أح)} = \widehat{ب(حأ)} = ٤٠^\circ \\ \therefore \widehat{أ(أح)} = \widehat{أ(حأ)} = ٧٠^\circ \\ \therefore \widehat{م(أح)} = ١٨٠^\circ - ٧٠^\circ - ٧٠^\circ = ٤٠^\circ \end{aligned}$$



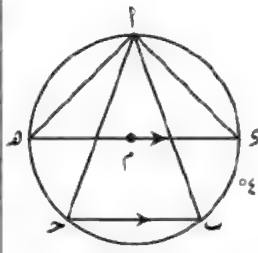
٢١ في الشكل المقابل :

حـ مماس للدائرة عند حـ

$\widehat{أ(أح)} = \widehat{أ(حأ)} = ١٢٠^\circ$ ،
 أثبت أن : Δ حـ أ ب متساوي الأضلاع

برهان

$$\begin{aligned} \therefore \widehat{أ(أح)} = \widehat{أ(حأ)} = \frac{1}{2} \times ١٢٠^\circ = ٦٠^\circ \\ \text{"محيطية ومركزية مشتركتان في (أب)"} \\ \therefore \widehat{أ(حأ)} = \widehat{أ(أح)} \therefore \widehat{أ(حأ)} = \widehat{أ(أح)} \\ \therefore \widehat{أ(حأ)} = \widehat{أ(أح)} = ٦٠^\circ \\ \therefore \Delta \text{ حـ أ ب متساوي الأضلاع} \end{aligned}$$

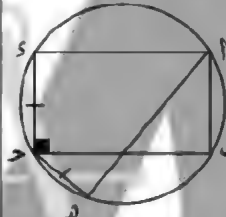


١٦ في الشكل المقابل :

د قطر في دائرة مركزها م
 $\widehat{د(أب)} \parallel \widehat{د(بأ)}$ ، $\widehat{د(أب)} = ٤٠^\circ$
 أوجد : (١) $\widehat{د(أب)}$
 (٢) $\widehat{د(أب)}$

برهان

$$\begin{aligned} \therefore \widehat{د(أب)} \parallel \widehat{د(بأ)} \therefore \widehat{د(أب)} = \widehat{د(بأ)} = ٤٠^\circ \\ \therefore \widehat{د(أب)} = \widehat{د(بأ)} = ١٨٠^\circ - ٤٠^\circ - ٤٠^\circ = ١٠٠^\circ \\ \therefore \widehat{د(أب)} = \widehat{د(بأ)} = ١٤٠^\circ = ٤٠^\circ + ١٠٠^\circ \\ \therefore \widehat{د(أب)} \text{ محيطية مقابلة لـ } \widehat{د(بأ)} \\ \therefore \widehat{د(أب)} = \widehat{د(بأ)} = \frac{1}{2} \times ١٤٠^\circ = ٧٠^\circ \end{aligned}$$

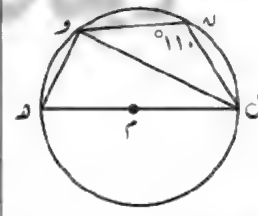


١٧ في الشكل المقابل :

أ ب حـ د مستطيل مرسوم داخل دائرة
 رسم الوتر حـ د بحيث حـ د = حـ د
 أثبت أن : $\widehat{أب} = \widehat{حـ د}$

برهان

$$\begin{aligned} \therefore \widehat{أب} = \widehat{حـ د} \therefore \widehat{أ(أب)} = \widehat{أ(حـ د)} \text{ --- (١)} \\ \therefore \widehat{أ(أب)} = \widehat{أ(حـ د)} \therefore \widehat{أ(أب)} = \widehat{أ(حـ د)} \\ \therefore \widehat{أ(أب)} = \widehat{أ(حـ د)} \therefore \widehat{أ(أب)} = \widehat{أ(حـ د)} \\ \therefore \widehat{أ(أب)} = \widehat{أ(حـ د)} \therefore \widehat{أ(أب)} = \widehat{أ(حـ د)} \end{aligned}$$



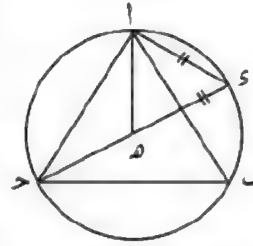
١٨ في الشكل المقابل :

لـ قطر في الدائرة
 $\widehat{ل(أب)} = ١١٠^\circ$ ،
 أوجد : $\widehat{ل(أب)}$

برهان

$$\begin{aligned} \therefore \widehat{ل(أب)} \text{ قطر في الدائرة م} \\ \therefore \widehat{ل(أب)} = ٩٠^\circ \text{ "محيطية مرسومة في نصف دائرة"} \\ \therefore \widehat{ل(أب)} \text{ رباعي دائري} \therefore \widehat{ل(أب)} = \widehat{ل(أب)} + \widehat{ل(أب)} = ١٨٠^\circ \\ \therefore \widehat{ل(أب)} = ١٨٠^\circ - ٩٠^\circ - ٩٠^\circ = ٠^\circ \\ \therefore \widehat{ل(أب)} = \widehat{ل(أب)} = ٢٠^\circ \end{aligned}$$

٢٢) في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث متساوي الأضلاع
مرسوم داخل دائرة
أخذت د على ب ح ، د أ ⊥ ب ح

بحيث د أ = د ب أثبت أن : د أ د ب متساوي الأضلاع

البرهان

∵ Δ أ ب ح متساوي الأضلاع

∴ قياس كل زاوية من زوايا = 60° ∴ ∠(ب) = ∠(ح) = 60°

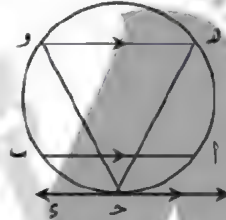
∴ ∠(ب) ، ∠(ح) محيطيتان مشتركتان في القوس (أ ح)

∴ ∠(ب) = ∠(ح) = 60°

في Δ أ د ب ∴ ∠(أ د ب) = 60° ، د أ = د ب

∴ Δ أ د ب متساوي الأضلاع

٢٣) في الشكل المقابل :



ح د مماس للدائرة عند ح

أ ب ، ح د وتران في الدائرة

حيث : أ ب // ح د // ح د

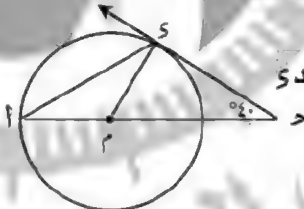
أثبت أن : ح د = ح ه

البرهان

∴ ح د // ح د ∴ ∠(ح د ه) = ∠(ح د ه)

∴ ح د = ح ه

٢٤) في الشكل المقابل :



إذا كان ح د مماس للدائرة عند ح

، ∠(ح) = 40°

أوجد : ∠(أ د ب) ، ∠(أ د ح)

البرهان

∴ ح د مماس ∴ ح د ⊥ ح د

∴ ∠(ح د ه) = 90°

، ∴ ∠(أ د ح) خارجة عن Δ ح د ه

∴ ∠(أ د ح) = ∠(ح) + ∠(ح د ه)

= 90° + 40° = 130°

∴ ∠(أ د ب) = ∠(أ د ح) "قوس مقابل لزاوية مركزية"

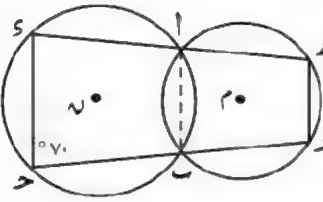
∴ ∠(أ د ب) = 130° (أولاً)

في Δ ح د ه ∴ ح د = ح د = ح د

∴ ∠(أ د ح) = ∠(أ د ب) = 130° - 180° = 25° (ثانياً)

٢٥) في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب



رسم أ د يقطع الدائرة م

في ه والدائرة ن في د

رسم ب ح يقطع الدائرة م

في و والدائرة ن في ح

، ∠(ح) = 70° أوجد : ∠(و) أثبت أن : ح د // ح د

العمل

البرهان

∴ الشكل أ ب ح د رباعي دائري

∴ ∠(ح) + ∠(ب) = 180°

∴ ∠(ب) = 180° - 70° = 110°

∴ الشكل أ ب د ه رباعي دائري

∴ ∠(ب) الخارجة = ∠(و) الداخلة المقابلة

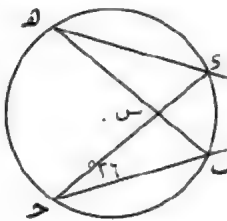
∴ ∠(و) = 110° (أولاً)

∴ ∠(و) + ∠(ح) = 180° = 70° + 110°

وهما زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع ح د

∴ ح د // ح د (ثانياً)

٢٦) في الشكل المقابل :



ح د مماس للدائرة عند ح ، ∠(أ) = 40°

، ∠(ح د ب) = 26°

أوجد : ١) ∠(ح د ه)

٢) ∠(ه د ح) ٣) ∠(ه د س)

البرهان

∴ ∠(ح د ه) خارجة عن Δ ح د ه

∴ ∠(ح د ه) = 26° + 40° = 66°

∴ ∠(ح د ه) = 132° مقابل لزاوية محيطية (ح د ه)

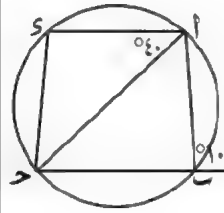
∴ ∠(ح د ه) = ∠(ح د ه) = 66°

"محيطيتان مشتركتان في (ح د ه)"

∴ ∠(ب) = 2 × 26° = 52°

"مقابل لـ (ح د ب) المحيطية"

∴ ∠(ه د ح) = 132° + 52° = 92°



٢٩ في الشكل المقابل :

$$\widehat{سأ} = 100^\circ$$

$$\widehat{سأح} = 40^\circ$$

أثبت أن : $\widehat{سأ} = \widehat{سأح}$

البرهان

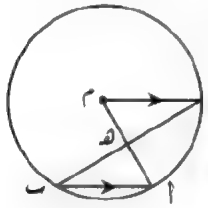
∴ أسد رباعي دائري

∴ $\widehat{سأ} = \widehat{سأح}$ (الخارجة = الداخلية المقابلة

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 100^\circ$$

$$\widehat{سأح} = 180^\circ - 100^\circ - 40^\circ = 40^\circ$$

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 40^\circ \therefore \widehat{سأ} = \widehat{سأح}$$



٣٠ في الشكل المقابل :

AB وتر في الدائرة م ، $AM \parallel BM$

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح}$$

أثبت أن : $\widehat{سأ} < \widehat{سأح}$

البرهان

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 100^\circ \quad \text{①} \leftarrow$$

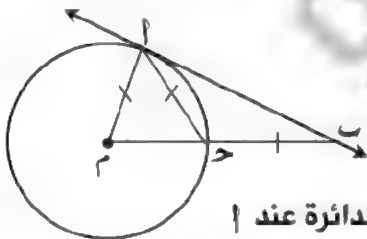
محيطية ومركزية مشتركتان في (أح)

∴ $AM \parallel BM$ ، AM قاطع لهما

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 60^\circ \text{ بالتبادل} \quad \text{②} \leftarrow$$

$$\text{من ① ، ②} \therefore \widehat{سأ} < \widehat{سأح}$$

وبالتالي فإن : $\widehat{سأ} < \widehat{سأح}$



٣١ في الشكل المقابل :

م دائرة

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 100^\circ$$

أثبت أن : $\widehat{سأ} = \widehat{سأح}$ مماس للدائرة عند أ

البرهان

∴ $\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 100^\circ$ ∴ Δ أح م متساوي الأضلاع

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 60^\circ$$

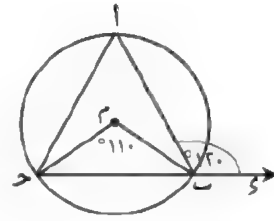
∴ $\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 180^\circ$ "زاوية مستقيمة"

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 120^\circ - 180^\circ = 60^\circ$$

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 120^\circ - 180^\circ = 60^\circ$$

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$$

∴ $\widehat{سأ} = \widehat{سأح}$ مماس للدائرة م عند أ



٢٧ في الشكل المقابل :

م دائرة ، $\widehat{سأ} = 110^\circ$

$$\widehat{سأ} = 120^\circ$$

أوجد : $\widehat{سأ}$

البرهان

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 110^\circ$$

محيطية ومركزية مشتركتان في (أح)

∴ $\widehat{سأ} = \widehat{سأح}$ خارجة عن Δ أب ح

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 110^\circ - 120^\circ = 65^\circ$$

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 65^\circ$$

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 110^\circ - 180^\circ = 35^\circ$$

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 35^\circ - 65^\circ = 30^\circ$$

٢٨ في الشكل المقابل :

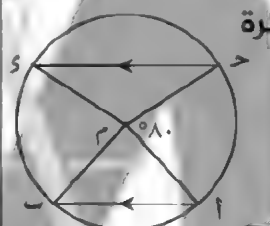
أب ، ح وتران متوازيان في الدائرة

طول نصف قطرها ١٥ سم

$$\widehat{سأ} = 80^\circ$$

طول (أح) = طول (أب)

أوجد : $\widehat{سأ}$ و $\widehat{سأح}$ وطول ح



البرهان

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 80^\circ$$

"قوس مقابل لزاوية مركزية"

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 80^\circ$$

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 80^\circ$$

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 80^\circ$$

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 80^\circ$$

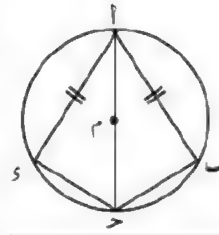
$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 80^\circ$$

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 80^\circ$$

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 80^\circ$$

$$\widehat{سأ} = \widehat{سأح} = 80^\circ$$

٢٢ في الشكل المقابل :



أو قطر في الدائرة م

$$AB = CD$$

أثبت أن : $\angle(COD) = \angle(AOB)$

البرهان

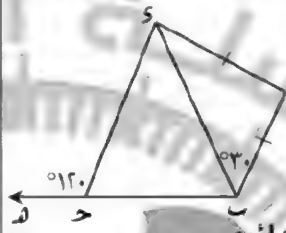
∴ أو قطر في الدائرة م

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{①} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{②} \leftarrow$$

من ① ، ② وبالطرح : $\angle(COD) = \angle(AOB)$

٢٣ في الشكل المقابل :



أو شكل رباعي

$$AB = CD, \angle(COD) = 120^\circ$$

$$\angle(COD) = 120^\circ$$

أثبت أن : الشكل رباعي دائري

البرهان

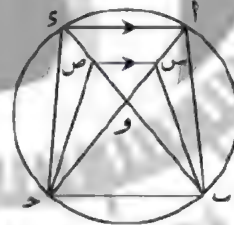
$$\angle(COD) = 120^\circ \quad \text{①} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{②} \leftarrow$$

∴ الشكل رباعي دائري

٢٤ في الشكل المقابل :



أو شكل رباعي دائري

تقاطع قطراه في و

$$AB \parallel CD, \angle(COD) = 60^\circ$$

$$\angle(COD) = 60^\circ$$

أثبت أن : الشكل رباعي دائري

البرهان

$$\angle(COD) = 60^\circ \quad \text{①} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{②} \leftarrow$$

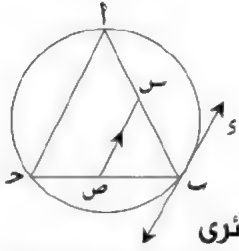
$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{③} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{④} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{⑤} \leftarrow$$

∴ الشكل رباعي دائري

٢٥ في الشكل المقابل :



أو مماس للدائرة عند ب

$$AB \parallel CD, \angle(COD) = 60^\circ$$

$$\angle(COD) = 60^\circ$$

أثبت أن : الشكل رباعي دائري

البرهان

$$\angle(COD) = 60^\circ \quad \text{①} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{②} \leftarrow$$

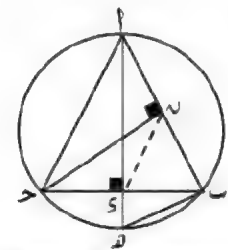
$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{③} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{④} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{⑤} \leftarrow$$

∴ الشكل رباعي دائري

٢٦ في الشكل المقابل :



$$\angle(COD) = 60^\circ$$

أثبت أن :

$$\angle(COD) = 60^\circ$$

$$\angle(COD) = 60^\circ$$

البرهان

$$\angle(COD) = 60^\circ \quad \text{①} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{②} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{③} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{④} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{⑤} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{⑥} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{⑦} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{⑧} \leftarrow$$

$$\angle(COD) = \angle(AOB) \quad \text{⑨} \leftarrow$$

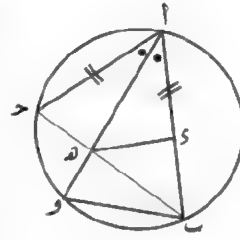
٣٧ في الشكل المقابل :

١ = ٢ ، \widehat{AO} ينصف (\widehat{AB})

أثبت أن :

١ $\widehat{OM} = \widehat{ON}$

٢ الشكل $OMON$ رباعي دائري



البرهان

في $\triangle OMN$ ، $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ فيهما :

١ $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ (١) $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ (٢) $\widehat{OM} = \widehat{ON}$

٢ $\widehat{OM} = \widehat{ON}$

٢ $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ $\triangle OMN \equiv \triangle ONM$ \therefore $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ (أولاً)

ويستنتج من التطابق أن : $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ (أولاً)

١ $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ (١) $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ (٢) $\widehat{OM} = \widehat{ON}$

"محيطيتان مشتركتان في (\widehat{AB}) "

٢ $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ (١) $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ (٢) $\widehat{OM} = \widehat{ON}$

٢ $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ (١) $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ (٢) $\widehat{OM} = \widehat{ON}$

٢ $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ خارجة عن الشكل $OMON$

٢ $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ رباعي دائري

(ثانياً)

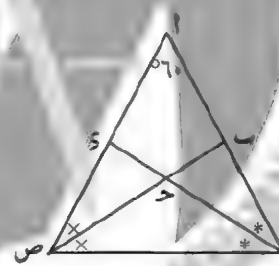
٣٨ في الشكل المقابل :

$\triangle ABC$ $\widehat{A} = 60^\circ$

$\widehat{A} = 60^\circ$

\widehat{BC} ينصف (\widehat{AB})

\widehat{AC} ينصف (\widehat{AB})



أثبت أن : الشكل $ABDC$ رباعي دائري

البرهان

في $\triangle ABC$

$\widehat{A} = 60^\circ$ ، $\widehat{B} = 70^\circ$ ، $\widehat{C} = 50^\circ$

\widehat{BC} ينصف (\widehat{AB}) ، \widehat{AC} ينصف (\widehat{AB})

$\widehat{BC} = \widehat{AC}$ ، $\widehat{BC} = \widehat{AC}$

$\widehat{BC} = \widehat{AC}$ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث 180°

$\widehat{BC} = \widehat{AC}$ ، $\widehat{BC} = \widehat{AC}$ ، $\widehat{BC} = \widehat{AC}$

\widehat{BC} ، \widehat{AC} متقاطعين في D

$\widehat{BC} = \widehat{AC}$ ، $\widehat{BC} = \widehat{AC}$ ، $\widehat{BC} = \widehat{AC}$

$\widehat{BC} = \widehat{AC}$ ، $\widehat{BC} = \widehat{AC}$ ، $\widehat{BC} = \widehat{AC}$

وهما زاويتان متقابلتين متكاملتين

\therefore الشكل $ABDC$ رباعي دائري

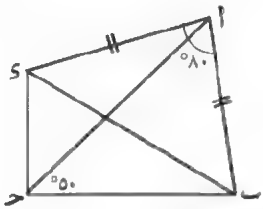
٣٩ في الشكل المقابل :

$\widehat{A} = \widehat{B}$

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$

أثبت أن : الشكل $ABDC$ رباعي دائري



البرهان

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$

وهما مرسومتان على القاعدة AB وفي جهة واحدة

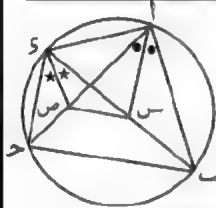
\therefore الشكل $ABDC$ رباعي دائري

٤٠ في الشكل المقابل :

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ينصف (\widehat{AB})

$\widehat{C} = \widehat{D}$ ينصف (\widehat{AB})

أثبت أن : الشكل $ABDC$ رباعي دائري



البرهان

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$

"محيطيتان مشتركتان في (\widehat{AB}) "

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ينصف (\widehat{AB}) ، $\widehat{C} = \widehat{D}$ ينصف (\widehat{AB})

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$

وهما مرسومتان على القاعدة AB وفي جهة واحدة

\therefore الشكل $ABDC$ رباعي دائري

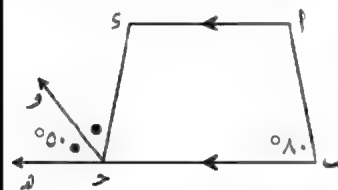
٤١ في الشكل المقابل :

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ينصف (\widehat{AB}) ، $\widehat{C} = \widehat{D}$ ينصف (\widehat{AB})

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$

أثبت أن : الشكل $ABDC$ رباعي دائري



البرهان

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$

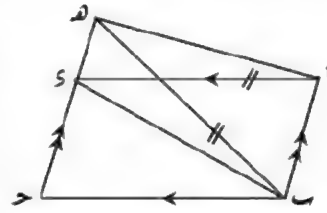
$\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$

$\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$ ، $\widehat{A} = \widehat{B}$

$$\therefore \angle (S\hat{A}C) = \angle (S\hat{B}C)$$

وهما مرسومتان على القاعدة \overline{SC} وفي جهة واحدة
 \therefore AB CH رباعي دائري

٤٧ في الشكل المقابل :



AB CH متوازي أضلاع

$$AH \parallel CH$$

بحيث : $AS = AH$

أثبت أن : الشكل $ABCH$ رباعي دائري

البرهان

$\therefore AB$ CH متوازي أضلاع

$$\therefore \angle (A\hat{H}C) = \angle (A\hat{B}C) \quad \text{①}$$

$$\therefore AS = AH, AS = CH \therefore AH = CH$$

$$\therefore \angle (A\hat{H}C) = \angle (A\hat{B}C) \quad \text{②}$$

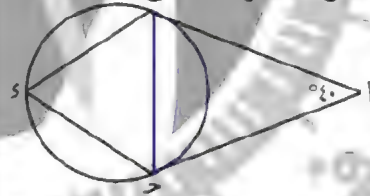
$$\text{من ①، ②} \therefore \angle (A\hat{H}C) = \angle (A\hat{B}C)$$

وهما مرسومتان على القاعدة \overline{SC} وفي جهة واحدة

$\therefore ABCH$ رباعي دائري

٤٨ في الشكل المقابل :

AB ، AC قطعتان مماستان للدائرة



عند S ،

$$\angle (A\hat{B}C) = 40^\circ$$

أوجد : $\angle (B\hat{S}C)$

البرهان

AB ، AC قطعتان مماستان عند S ، CH

$$\therefore AB = AC$$

$$\therefore \angle (A\hat{B}C) = \angle (A\hat{C}B) = 40^\circ - 180^\circ = 70^\circ$$

$$\therefore \angle (A\hat{B}C) = \angle (A\hat{C}B) = 70^\circ$$

"محيطية ومماسية مشتركتان في $(B\hat{S}C)$ "

٤٩ في الشكل المقابل :

AB ، AC قطعتان مماستان للدائرة M

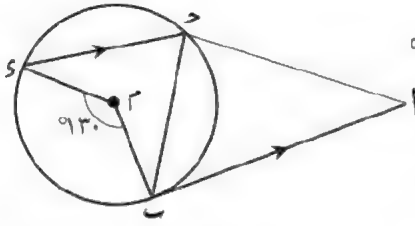
$$AB \parallel AC$$

$$\angle (B\hat{M}C) = 130^\circ$$

① أثبت أن :

CH ينصف $(A\hat{C}B)$

② أوجد : $\angle (A\hat{H}C)$



البرهان

$$\therefore \angle (B\hat{M}C) = \angle (B\hat{M}C) = 130^\circ$$

"محيطية ومركزية مشتركتان في $(B\hat{M}C)$ "

$$\therefore AB \parallel AC$$

$$\therefore \angle (B\hat{M}C) = \angle (B\hat{M}C) = 130^\circ \text{ بالتبادل} \quad \text{①}$$

AB ، AC قطعتان مماستان عند S ، CH

$$\therefore AB = AC$$

$$\therefore \angle (A\hat{B}C) = \angle (A\hat{C}B) = 130^\circ \quad \text{②}$$

CH ينصف $(A\hat{C}B)$

\therefore مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث $= 180^\circ$

$$\therefore \angle (A\hat{H}C) = 180^\circ - 130^\circ - 130^\circ = 20^\circ$$

٥٠ في الشكل المقابل :

AB مثلث مرسوم داخل دائرة M

M ، N نصف قطرین فیہما

$$\angle (A\hat{M}B) = 30^\circ, S \in AB$$

أوجد:

$$\angle (A\hat{M}B), \angle (A\hat{S}B), \angle (A\hat{C}B), \angle (A\hat{H}B)$$

البرهان

$$\therefore M = N \text{ "أنصاف أقطار"}$$

$$\therefore \angle (A\hat{M}B) = \angle (A\hat{N}B) = 30^\circ$$

$$\therefore \angle (A\hat{M}B) = \angle (A\hat{N}B) = 30^\circ - 180^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \angle (A\hat{C}B) = \angle (A\hat{M}B) = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

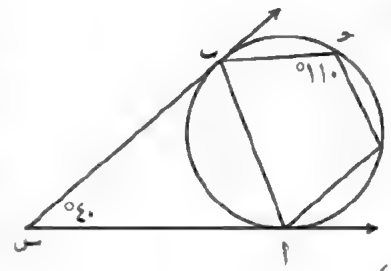
"محيطية ومركزية مشتركتان في $(A\hat{B}C)$ "

$\therefore ASB$ رباعي دائري

$$\therefore \angle (A\hat{S}B) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \angle (A\hat{H}B) = \angle (A\hat{S}B) = 120^\circ \times 2 = 240^\circ$$

٥٦ في الشكل المقابل :



سأ ، سب مماسان

للدائرة عند أ ، ب

و (ب) = 110° ،

و (س) = 40° ،

اثبت أن :

① سب ينصف (سأ)

② سب // سب

برهان

∵ سأ ، سب قطعتان مماستان عند أ ، ب

∴ سب = سأ

∴ و (سأ) = و (سب) = $\frac{360^\circ - 110^\circ - 40^\circ}{2} = 105^\circ$

∴ سب رباعي دائري

∴ و (سأ) = 110° - 105° = 5°

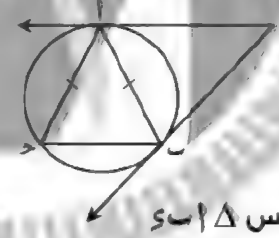
∴ سب ينصف (سأ)

∴ و (سأ) = و (سب) = 40° + 140° = 180°

وهما في وضع تداخل

∴ سب // سب

٥٧ في الشكل المقابل :



سأ = سب

سأ ، سب مماسان للدائرة

اثبت أن :

سأ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ سب

برهان

∴ سأ ، سب مماسان للدائرة

∴ و (سأ) = و (سب) = 110°

∴ و (سأ) = و (سب) = 110°

"معاسية ومحيطية مشتركتان في (سأ)"

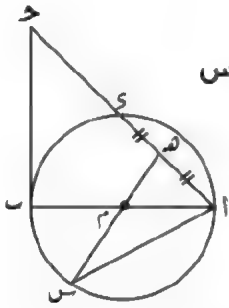
∴ و (سأ) = و (سب) = 110°

∴ و (سأ) = و (سب) = 110°

∴ و (سأ) = و (سب) = 110°

∴ سأ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ سب

٥٢ في الشكل المقابل :



سأ مماس

للدائرة م ، ه منتصف آو

اثبت أن :

① ه م سب شكل رباعي دائري

② و (سأ) = و (سب) = 110°

برهان

∵ سب مماس للدائرة عند ب ، ∴ م ب نصف قطر

∴ م ب ⊥ سب ∴ و (م سب) = 90°

∴ ه منتصف آو ∴ م ه ⊥ آو

∴ و (م ه س) = 90°

∴ و (م سب) + و (م ه س) = 180°

∴ ه م سب شكل رباعي دائري

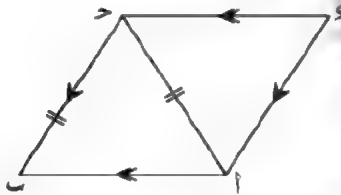
∴ و (س م س) الخارجة = و (س م س) الداخلة ← ①

∴ و (سأ) = و (سب) = 110° ← ②

"محيطية ومركزية مشتركتان في (سأ)"

من ① ، ② ∴ و (سأ) = و (سب) = 110°

٥٤ في الشكل المقابل :



سب متوازي أضلاع فيه :

سب = سب

اثبت أن :

سب مماس للدائرة الخارجة للمثلث سب

برهان

∴ سب = سب

∴ و (سأ) = و (سب) = 110° ← ①

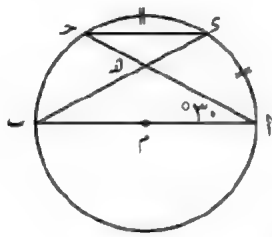
∴ سب // سب

∴ و (سأ) = و (سب) = 110° بالتبادل ← ②

من ① ، ②

∴ و (سأ) = و (سب) = 110°

∴ سب مماس للدائرة الخارجة للمثلث سب



٥٨ في الشكل المقابل :

أ ب قطر في الدائرة م

$$\angle C = \angle D = 30^\circ$$

، و منتصف أ ب

$$\angle C = \angle D = 30^\circ$$

١ أوجد : $\angle C$ ، $\angle D$ ، $\angle A$ ، $\angle B$

٢ أثبت أن : $AB \parallel CD$

برهان

$$\angle C = \angle D = 30^\circ$$

"محيطيتان مشتركتان في (س)"

$$\angle C = \angle D = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$$

$$\angle C = \angle D = 60^\circ$$

$$\angle C = \angle D = 60^\circ$$

$$\angle C = \angle D = 60^\circ$$

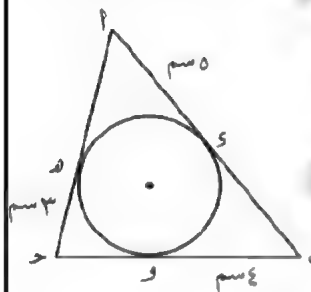
$$\angle C = \angle D = 60^\circ$$

$$\angle C = \angle D = 60^\circ$$

$$\angle C = \angle D = 60^\circ$$

$$\angle C = \angle D = 60^\circ$$

$$\angle C = \angle D = 60^\circ$$



٥٩ في الشكل المقابل :

Δ أ ب ح مرسوم خارج الدائرة م

التي تماس أضلاعه

أ ب ، ب ح ، ح أ

في د ، هـ ، و على الترتيب

$$AD = 3, DB = 4, BE = 5, EC = 6, CF = 7, FA = 8$$

، ح و = ٣ سم أوجد : محيط Δ أ ب ح

برهان

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

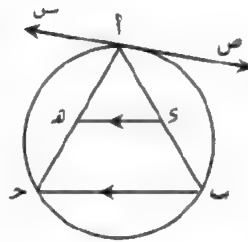
$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$



٥٥ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث مرسوم داخل دائرة

أ س مماساً للدائرة عند أ

د هـ // س ح أثبت أن :

أ س مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، د ، هـ

برهان

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (ب)"

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

أ س مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، د ، هـ

٥٦ في الشكل المقابل :

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

أثبت أن : أ س مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب ح

برهان

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

أ س مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ح

٥٧ في الشكل المقابل :

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

أثبت أن :

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

برهان

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

$$\angle A = \angle B = \angle C$$

وبالطرح : ح د = ح د

٦٠ في الشكل المقابل :

أ ب ، أ ح قطعتان مماستان

للدائرة عند ب ، ح

و (أ) = ٧٠°

و (ح و ه) = ١٢٥°

أثبت أن : ① س ح ينصف و (أ ح ه)

② ح ب = ح ه

البرهان

∴ أ ب ، أ ح قطعتان مماستان عند ب ، ح

∴ أ ب = أ ح

∴ و (أ ح ب) = و (أ ح ه) = $\frac{١٨٠ - ٧٠}{٢} = ٥٥^\circ$

∴ س ح و رباعي دائري

∴ و (ح و ه) + و (س) = ١٨٠°

∴ و (ح و ه) = ١٨٠° - ١٢٥° = ٥٥°

∴ و (أ ح ب) = و (ح و ه) = ٥٥°

∴ س ح ينصف و (أ ح ه)

∴ و (ب ح و) = و (أ ح ب) = ٥٥°

"محيطية ومركزية مشتركتان في (س ح)"

∴ و (ح و ه) = و (ح و ب) ∴ ح ب = ح ه

٦١ في الشكل المقابل :

أ ب قطر في دائرة م

و (س) = و (ح و) ،

و (ب س ح) = ١٤٠°

أوجد : ① و (أ ح و)

② و (أ س)

البرهان

∴ أ ب و رباعي دائري ∴ و (أ) + و (ح و ب) = ١٨٠°

∴ و (أ) = ١٨٠° - ١٤٠° = ٤٠°

∴ أ ب قطر في الدائرة م

∴ و (أ ح ب) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∴ و (أ ح و) = ٩٠° - ٤٠° = ٥٠°

∴ و (ح و) = و (س) ∴ ح و = ح س

∴ و (س ح و) = و (ح و ب) = $\frac{١٨٠ - ١٤٠}{٢} = ٢٠^\circ$

∴ و (أ س) = ٢٠° + ٥٠° = ٧٠°

٦٢ في الشكل المقابل :

أ ب قطر في دائرة م

، ح و مماس للدائرة عند ح

رسم ه و ⊥ أ ب

بحيث : ه و ∩ ح ب = {و}

أثبت أن :

① الشكل أ و ح رباعي دائري

② المثلث ه و ح متساوي الساقين

البرهان

∴ و (أ ح ب) = ٩٠° "مرسومة في نصف دائرة"

∴ ه و ⊥ أ ب ∴ و (و س ب) = ٩٠°

∴ و (س ح و) الخارجة = و (ح و) الداخلة المقابلة

∴ أ و ح رباعي دائري

∴ و (ه ح ب) = و (ح و ب) ← ①

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (ح ب)"

ومن الشكل الرباعي الدائري أ و ح

∴ و (ه ح ب) = و (ه و ح) ← ②

من ① ، ② ∴ Δ ه و ح متساوي الساقين

٦٣ في الشكل المقابل :

أ ح قطر في دائرة م

و (ح و) = ٥٠°

و (أ س) = ٦٠°

أوجد بالبرهان :

و (ح و س) ، و (ب أ س)

البرهان

∴ أ ح قطر في الدائرة م

∴ و (ح ب أ) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∴ و (ح و س) = ٩٠° - ٦٠° = ٣٠°

∴ و (ب أ ح) = ٩٠° - ٥٠° - ٩٠° = ٤٠°

∴ و (ح و س) = و (ح أ س) = ٣٠°

"محيطيتان مشتركتان في (ح و)"

∴ و (ب أ س) = ٣٠° + ٤٠° = ٧٠°

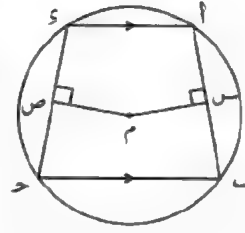
٦٤ في الشكل المقابل :

دائرة م فيها :

$\overline{أ س} // \overline{ب ح}$

$\overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{م ص} \perp \overline{ب ح}$

أثبت أن : $م س = م ص$



البرهان

$\therefore \overline{أ س} // \overline{ب ح}$

① $\therefore \widehat{أ م س} = \widehat{ب م ح} \therefore \overline{أ س} = \overline{ب ح}$ ←

② $\therefore \overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{م ص} \perp \overline{ب ح}$ ←

$\therefore م س = م ص$

٦٥ في الشكل المقابل :

$\overline{س ص}$ ، $\overline{س ع}$ مماسان

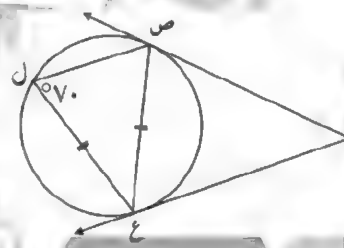
للدائرة عند ص ، ع

$\widehat{ص ل ع} = \widehat{ل ع ص}$ ،

$\widehat{ل ع ص} = 70^\circ$

① أوجد بالبرهان : $\widehat{ل س ع}$

② أثبت أن : $\overline{س ع} // \overline{ص ل}$



البرهان

$\therefore \widehat{ل س ع} = \widehat{ل ص ع} = 70^\circ$

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (ص ع)"

$\therefore \overline{س ص}$ ، $\overline{س ع}$ مماسان للدائرة عند ص ، ع

$\therefore س ص = س ع$

$\therefore \widehat{ل س ص} = \widehat{ل س ع} = 70^\circ$

$\therefore \widehat{ل س ع} = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$

$\therefore \widehat{ل ع ص} = \widehat{ل ص ع}$ ،

$\therefore \widehat{ل ع ص} = \widehat{ل ص ل} = 70^\circ$

$\therefore \widehat{ل ع ل} = \widehat{ل ص ل} = 70^\circ$ "في وضع تبادل"

$\therefore \overline{س ع} // \overline{ص ل}$

٦٦ في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متطابقتان رسم $\overline{أ ب} // \overline{م ن}$

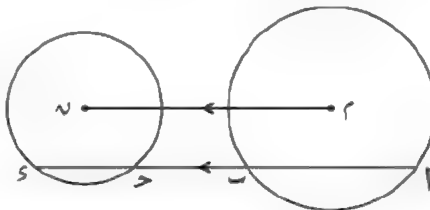
قطع الدائرة م

في أ ، ب

وقطع الدائرة ن

في ح ، د

أثبت أن : $أ ح = ب د$



العمل في نرسم $\overline{م ه} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{ن و} \perp \overline{ح د}$

البرهان

$\therefore \overline{ه و} // \overline{م ن}$ ، $\overline{م ه} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{ن و} \perp \overline{ح د}$

$\therefore \overline{م ه} // \overline{ن و}$ \therefore الشكل م ن و ه مستطيل

$\therefore م ه = ن و$ ، $\therefore م ، ن$ دائرتان متطابقتان

$\therefore أ ب = ح د$ وبإضافة $س ح$ للطرفين $\therefore أ ح = ب د$

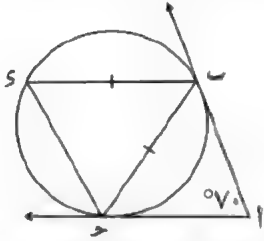
٦٧ في الشكل المقابل :

$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ح}$

مماسان للدائرة م

$\widehat{ل ب أ} = 70^\circ$ ،

أوجد : $\widehat{ل أ ب}$



البرهان

$\therefore \overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ح}$ مماسان للدائرة م

$\therefore \widehat{ل ب أ} = 70^\circ = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$

$\therefore \widehat{ل ب ح} = \widehat{ل ح أ} = 55^\circ$

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (أ ب)"

$\therefore س ب = س ح$ ،

$\therefore \widehat{ل ب ح} = \widehat{ل ح أ} = 55^\circ$

$\therefore \widehat{ل ب أ} = 180^\circ - 55^\circ - 55^\circ = 70^\circ$

$\therefore \widehat{ل ب س} = 70^\circ + 55^\circ = 125^\circ$

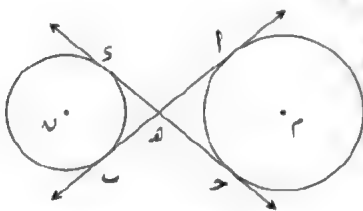
٦٨ في الشكل المقابل :

$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ح}$ مماسان

للدائرتين م ، ن

أثبت أن :

$أ ب = أ ح$



البرهان

$\therefore \overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ح}$ مماسان للدائرة م

$\therefore أ ب = أ ح$ ← ①

$\therefore \overline{أ د}$ ، $\overline{أ ه}$ مماسان للدائرة ن

$\therefore أ د = أ ه$ ← ②

بجمع ① ، ②

$\therefore أ ب + أ د = أ ح + أ ه$

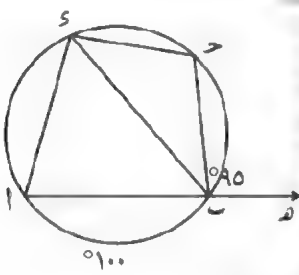
$\therefore أ ب = أ ح$

في الشكل المقابل :

\therefore \widehat{S} منتصف \widehat{AC}
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$

$\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$

ومن الرباعي الدائري
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$



في الشكل المقابل :

ا ب ح د شكل رباعي
 مرسوم داخل دائرة
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$

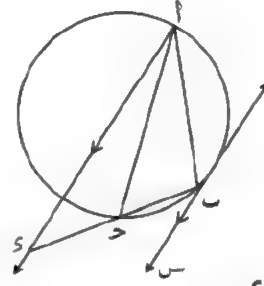
في الشكل المقابل :

\therefore ا ب ح د رباعي دائري
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$

(٧٣) أوجد قياس القوس الذي يمثل ثلث قياس الدائرة
 ثم أحسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر
 الدائرة ٢١ سم $(\pi = \frac{22}{7})$

الحل :

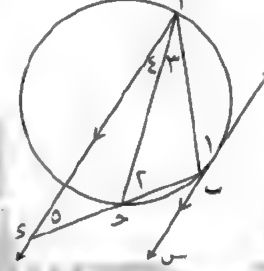
قياس القوس $= \frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ$
 طول القوس $= \frac{120}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21 = 44$ سم



في الشكل المقابل :

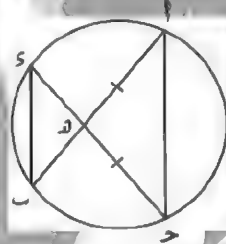
ا ب ح مرسوم داخل دائرة
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$

في الشكل المقابل :



$\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$

"معاسية ومحيطية مشتركتان في (ا ب)"
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$

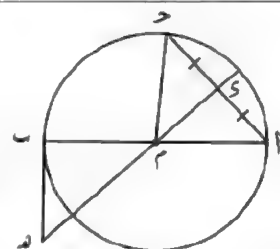


في الشكل المقابل :

ا ب ، ح د وتران متساويان
 في الطول في الدائرة
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$

في الشكل المقابل :

\therefore ا ب = ح د
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$



في الشكل المقابل :

ا ب قطر في الدائرة م
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$
 $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$

١ أثبت أن : ا ب د رباعي دائري
 ٢ $\therefore \widehat{MS} \perp \widehat{AC}$

٨٤ في الشكل المقابل :

أب ح د شكل رباعي فيه :

$$\widehat{A} = 76^\circ$$

$$\widehat{C} = 38^\circ$$

أثبت أن : أب ح د رباعي دائري

ط البرهان

∴ $\widehat{A} + \widehat{C}$ خارجة عن Δ هـ ح د

$$\therefore \widehat{A} + \widehat{C} = \widehat{B} + \widehat{D}$$

$$\therefore \widehat{B} + \widehat{D} = 76^\circ + 38^\circ = 114^\circ$$

$$\therefore \widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$$

$$\therefore \widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ \text{ بالتبادل}$$

$$\therefore \widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$$

وهما مرسومتان على القاعدة أب وفي جهة واحدة

∴ أب ح د رباعي دائري

٨٥ في الشكل المقابل :

أب ح د شكل رباعي

مرسوم داخل دائرة م

فإذا كان : $\widehat{A} = 30^\circ$ ، $\widehat{C} = 70^\circ$

$$\widehat{A} = 30^\circ$$

$$\widehat{C} = 70^\circ$$

$$\widehat{B} = 120^\circ$$

$$\widehat{D} = 60^\circ$$

ط البرهان

$$\therefore \widehat{A} + \widehat{C} = 30^\circ + 70^\circ = 100^\circ$$

$$\therefore \widehat{B} + \widehat{D} = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$$

$$\therefore \widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$$

$$\therefore \widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$$

$$\therefore \widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$$

"محيطيتان أقواسهما متساوية في القياس"

$$\therefore \widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ - 30^\circ - 70^\circ = 80^\circ$$

٨٦ في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متماستان

من الخارج في ح

أ ب تماس الدائرة م

في د

أ ب تماس الدائرة ن

في ب

فإذا كان : $\widehat{A} = 50^\circ$ ، $\widehat{C} = 60^\circ$

$$\widehat{A} = 50^\circ$$

$$\widehat{C} = 60^\circ$$

$$\widehat{B} = 70^\circ$$

ط البرهان

∴ أ ب ، ح د قطعتان مماستان عند د ، ح

$$\therefore \widehat{A} = \widehat{C}$$

∴ أ ب ، ح د قطعتان مماستان عند د ، ح

$$\therefore \widehat{A} = \widehat{C}$$

$$\therefore \widehat{A} = \widehat{C}$$

$$\therefore \widehat{A} = \widehat{C}$$

$$\therefore \widehat{A} = \widehat{C}$$

$$\therefore \widehat{A} = \widehat{C}$$

$$\therefore \widehat{A} = \widehat{C}$$

$$\therefore \widehat{A} = \widehat{C}$$

$$\therefore \widehat{A} = \widehat{C}$$

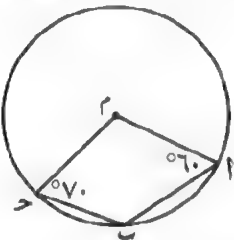
$$\therefore \widehat{A} = \widehat{C}$$

٨٧ في الشكل المقابل :

$$\widehat{A} = 60^\circ$$

$$\widehat{C} = 70^\circ$$

$$\widehat{B} = 120^\circ$$



ط العمل ط نرسم أ ب

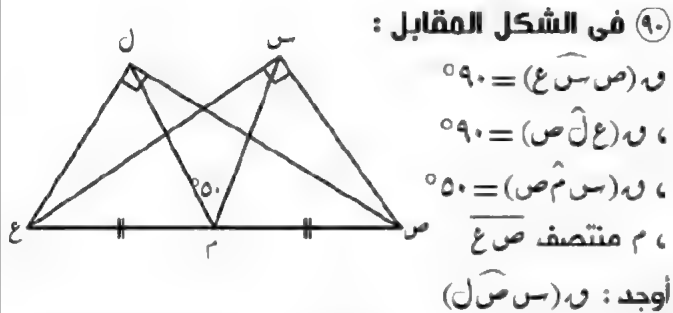
ط البرهان

$$\therefore \widehat{A} = \widehat{C}$$

$$\therefore \widehat{A} = \widehat{C}$$

$$\therefore \widehat{A} = \widehat{C}$$

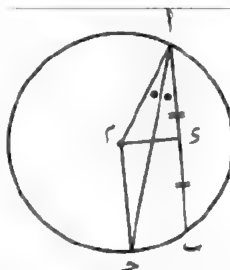
$$\therefore \widehat{A} = \widehat{C}$$



البرهان

$\therefore \angle (ص س ع) = \angle (ص ل ع) = 90^\circ$
 وهما مرسومتان على القاعدة ص ع وفي جهة واحدة
 \therefore س ص ع ل رباعي دائري
 \therefore ص ع قطراً في الدائرة ، م منتصف ص ع
 $\therefore \angle (س ص ل) = \frac{1}{2} \angle (س ن ل) = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$
 "محيطية ومركزية مشتركتان في (س ل)"

$\therefore \angle (م ح ا) = \angle (م ح ب) = 70^\circ$
 $\therefore \angle (ب م ح) = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$
 $\therefore \angle (ا م ح) = 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ$



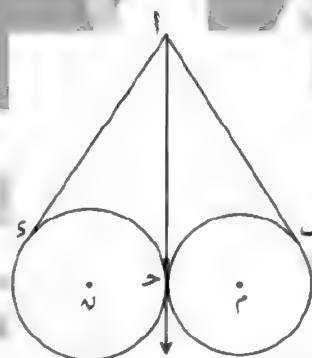
٨٨ في الشكل المقابل :

أ ب وتر في الدائرة م
 ، أ ح ينصف (ب أ م)
 ، س منتصف أ ب
 أثبت أن : $\overline{س م} \perp \overline{ح م}$

البرهان

\therefore س منتصف أ ب $\therefore \overline{س م} \perp \overline{أ ب}$ $\therefore \angle (ا م س) = 90^\circ$
 \therefore "أنصاف أقطار"
 $\therefore \angle (م ح ا) = \angle (م ح ب)$ ①
 \therefore أ ح ينصف (ب أ م)
 $\therefore \angle (ب ا ح) = \angle (م ا ح)$ ②
 من ① ، ②
 $\therefore \angle (ب ا ح) = \angle (م ح ا)$ وهما في وضع تبديل
 $\therefore \overline{ح م} \parallel \overline{أ ب}$
 $\therefore \angle (و م ح) = 180^\circ - 40^\circ - 90^\circ = 50^\circ$ بالتداخل
 $\therefore \overline{س م} \perp \overline{ح م}$

٨٩ في الشكل المقابل :



أ ب ، أ ح مماسان للدائرة م
 ، أ ح ، أ و مماسان للدائرة ن
 $أ ب = 15$ سم
 $أ و = (ص - 2)$ سم
 $أ ح = (3 - 2)$ سم
 أوجد قيمة : س ، ص

البرهان

\therefore أ ب ، أ ح مماسان للدائرة م
 $\therefore أ ب = أ ح$
 $18 = 3 - 2 \therefore 2 = 15$
 $\therefore 9 = \frac{18}{2} = س$
 \therefore أ ح ، أ و مماسان للدائرة ن
 $\therefore أ و = أ ح$ ، $أ و = أ ح$ $\therefore أ و = أ ح$
 $17 = ص - 2 \therefore 15 = ص$

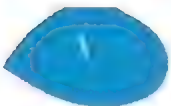


الجزء الأول

الأسئلة

أولا: أكمل ما يلى :

- ١- القطعة المستقيمة التى طرفاها مركز الدائرة وأى نقطة على الدائرة تسمى
- ٢- القطعة المستقيمة التى طرفاها أى نقطتين على الدائرة تسمى
- ٣- الوتر المار بمركز الدائرة يسمى
- ٤- أكبر الأوتار طولاً فى الدائرة يسمى
- ٥- يوجد للدائرة عدد من محاور التماثل.
- ٦- المستقيم العمودى على أى وتر فى الدائرة من منتصفه يكون للدائرة .
- ٧- الدائرة تقسم المستوى الى مجموعات من النقط .
- ٨- المستقيم العمودى على قطر الدائرة من احدى نهايته يكون
- ٩- المماسان لدائرة عند نهايتى قطر فيها يكونان
- ١٠- الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة تكون على أبعاد متساوية من
- ١١- إذا كانت الأوتار فى دائرة على أبعاد متساوية من المركز فإنها تكون
- ١٢- إذا كانت أ تقع خارج الدائرة م التى نصف قطرها نق فإن م أ نق
- ١٣- خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون،
- ١٤- إذا كان سطح الدائرة م n سطح الدائرة ن $= \emptyset$ فإن الدائرتين م، ن
- ١٥- إذا كان سطح الدائرة م n سطح الدائرة ن $= \{A\}$ ، فإن الدائرتين م، ن
- ١٦- عدد الدوائر التى يمكن رسمها وتمر بنقطتين معلومتين فى المستوى يساوى





- ١٧- إذا اشتركت دائرتان في ثلاث نقط فإنهما
- ١٨- أصغر دائرة يمكن رسمها لتمر بنقطتين معلومتين في المستوى يكون طول نصف قطرها يساوى
- ١٩- نقطة تقاطع محاور تماثل اضلاع المثلث هي
- ٢٠- الدائرة م طول نصف قطرها نق ،أ نقطة في مستوى الدائرة . أكمل :

- (أ) إذا كانت م أ = $\frac{1}{4}$ نق فإن أ الدائرة
- (ب) إذا كانت م أ = نق فإن أ الدائرة
- (ت) إذا كانت م أ = ٣ نق فإن أ الدائرة
- ٢١- الأقواس المتساوية في القياس في دائرة أوتارها
- ٢٢- قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس
- ٢٣- الزاوية المحيطية التى تقابل قوسا أصغر فى الدائرة
- ٢٤- الوتران المتوازيان فى الدائرة يحصران بينهما قوسين.....
- ٢٥- قياس القوس من دائرة يساوى ضعف

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- (١) إذا كان طول قطر دائرة ٧سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها ٣.٥ سم فإن ل يكون :
- (أ) قاطع للدائرة فى نقطتين. (ب) يقع خارج الدائرة.
- (ج) مماس للدائرة. (د) محور تماثل للدائرة.
- (٢) إذا كانت النقطة أ تنتمي للدائرة م التى قطرها ٦سم فإن م أ تساوى :
- (أ) ٣سم (ب) ٤سم (ج) ٥سم (د) ٦سم
- (٣) إذا كان المستقيم ل مماساً للدائرة التى قطرها ٨سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار :
- (أ) ٣سم (ب) ٤سم (ج) ٦سم (د) ٨سم





(٤) إذا كان ل مستقيم خارج دائرة مركزها نقطة الأصل م (٠،٠) ونصف قطرها ٣ سم وكان ل يبعد عن م مسافة س فإن س \in

(أ) $[-\infty, 3]$ (ب) $(-\infty, 3]$ (ج) $[-\infty, 6]$ (د) $[-\infty, 6]$

(٥) إذا كان المستقيم ل يبعد عن مركز الدائرة م مسافة س حيث س $\in [0, \infty)$ فإن ل
(أ) يقطع الدائرة. (ب) يمس الدائرة.

(ج) يقع خارج الدائرة. (د) يمر بمركز الدائرة.

(٦) إذا كان طول العمود المرسوم من مركز الدائرة م على المستقيم ل يساوى ٦ سم ، وكان طول نصف قطر الدائرة يساوى ٣ سم فإن ل :

(أ) يقطع الدائرة. (ب) يمس الدائرة.

(ج) يقع خارج الدائرة. (د) يمر بمركز الدائرة.

(٧) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٧ سم .أى من النقط الآتية لا تنتمى للدائرة ؟

(أ) (٧ ، ٠) (ب) (٧، -٠) (ج) (٠ ، ٧) (د) (٧ ، ٧)

(٨) عدد الدوائر التى يمكن رسمها وتمر بطرفى القطعة المستقيمة أ ب يساوى :

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) عدد لا نهائى

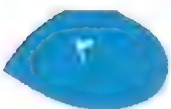
(٩) إذا كانت الدائرة م \cap الدائرة ن = { أ ، ب } فإن الدائرتين م ، ن :

(أ) متباعدتان (ب) متحدثى المركز

(ج) متماستان من الخارج (د) متقاطعتان

(١٠) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الخارج و طول نصف قطر أحدهما ٥ سم ، م ن = ٩ سم ، فإن طول نصف قطر الأخرى يساوى :

(أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (ج) ٧ سم (د) ١٤ سم





(١١) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماسكتين من الداخل و طول نصف قطر أحدهما ٣سم ، م ن = ٨سم ، فإن طول نصف قطر الأخرى يساوى :

(أ) ٥سم (ب) ٦سم (ج) ١١سم (د) ١٢سم

(١٢) م ، ن دائرتان متقاطعتان و طولاً نصفى قطريهما ٥سم ، ٢سم فإن م ن \exists .

(أ) [٧ ، ٣] (ب) [٧ ، ٣] (ج) [٧ ، ٣] (د) [٧ ، ٣]

(١٣) عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة يساوى :

(أ) صفر (ب) واحد (ج) ثلاث (د) عدد لا نهائى

(١٤) محور التماثل للوتر المشترك أ ب لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو :

(أ) \overleftrightarrow{AM} (ب) \overleftrightarrow{BM} (ج) \overleftrightarrow{MN} (د) \overleftrightarrow{AN}

(١٥) مراكز الدوائر التى تمر بالنقطتين أ ، ب تقع جميعا على :

(أ) محور ب أ (ب) ب أ (ج) العمود المقام على ب أ

(د) العمود المقام على ب أ من ب

(١٦) عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة :

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

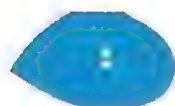
(١٧) مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع :

(أ) منصفات زواياه الداخلة (ب) منصفات زواياه الخارجة

(ج) ارتفاعاته (د) محاور تماثل أضلاعه

(١٨) إذا كان أ ، ب نقطتين فى المستوى بحيث أ ب = ٤سم ، فإن طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب يساوى :

(أ) ٢سم (ب) ٣سم (ج) ٤سم (د) ٨سم

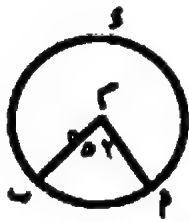




(١٩) إذا كان أ ، ب نقطتين ، أ ب = ٦ سم فإن عدد الدوائر التي طول نصف قطر كل منها ٥ سم وتتمر بالنقطتين أ ، ب يساوى :

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائى من الدوائر

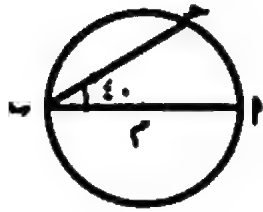
(٢٠) فى الشكل المقابل :



فى الدائرة م إذا كان ق (> أ ب) = ٥٢° ، فإن ق (ب د أ) يساوى :

(أ) ٥٢° (ب) ١٠٤°
(ج) ١٢٨° (د) ٣٠٨°

(٢١) فى الشكل المقابل :

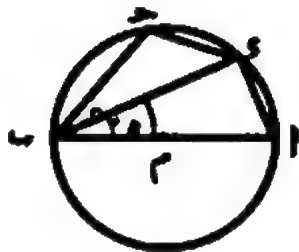


أ ب قطر فى الدائرة م ، ق (> أ ب ح) = ٤٠°

فإن ق (ح ب) يساوى :

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠°
(ج) ٩٠° (د) ١٠٠°

(٢٢) فى الشكل المقابل :



إذا كان أ ب قطر فى الدائرة م ، ق (> أ ب د) = ٢٥° فإن :

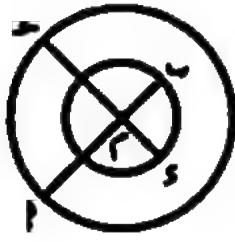
أولاً: ق (> د أ ب) تساوى :

(أ) ٢٥° (ب) ٥٠°
(ج) ٦٥° (د) ٩٠°

ثانياً: ق (> د ج ب) تساوى :

(أ) ٥٠° (ب) ١٠٠°
(ج) ١١٥° (د) ١٢٥°





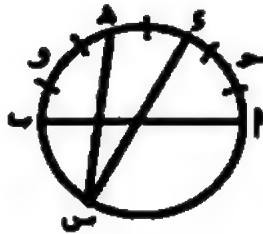
(٢٣) في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز في م ، $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{M\}$ ،

فإذا كان ق (ب د) = 80° ، فإن ق (أ ح) يساوى :

- (أ) 40° (ب) 80° (ج) 100° (د) 160°

(٢٤) مستعينا بالأشكال الآتية اختر الإجابة الصحيحة



شكل (٢)



شكل (١)

شكل (١) : دائرة مركزها م ، ق (\widehat{AB}) = 32° ، فإن ق (\widehat{CD}) يساوى :

- (أ) 16° (ب) 32° (ج) 64° (د) 116°

شكل (٢) : إذا كان \overline{AB} قطر في دائرة وكان :

$$ق(\widehat{AB}) = ق(\widehat{CD}) = ق(\widehat{DE}) = ق(\widehat{HO}) = ق(\widehat{OB})$$

فإن ق (\widehat{DSH}) تساوى :

- (أ) 18° (ب) 36° (ج) 54° (د) 72°

(٢٥) عدد المماسات التي يمكن رسمها من إحدى نقط دائرة تساوى :

- (أ) واحد (ب) اثنان (ج) أربعة (د) عدد لا نهائى



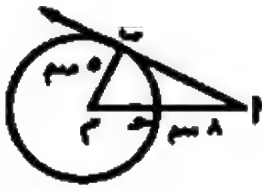


(٢٦) في الشكل المقابل :



إذا كانت ق (\angle أ ب م) = 40° فإن ق (\angle أ د ب) تساوى :
(أ) 80° (ب) 100° (ج) 130° (د) 140°

(٢٧) في الشكل المقابل :



أ ب مماس للدائرة م ، إذا كان م ب = ٥ سم ، أ د = ٨ سم
، فإن أ ب =

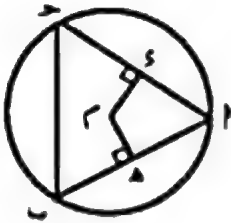
(أ) ٥ سم (ب) ١٠ سم (ج) ١٢ سم (د) ١٣ سم

(٢٨) يمكن رسم دائرة تمر برءوس :

(أ) شبه منحرف (ب) معين (ج) متوازي اضلاع (د) مستطيل

رابعاً : أسئلة إنتاج الإجابة :

(١) في الشكل المقابل :



أ ب د مثلث مرسوم داخل دائرة مركزها م ،

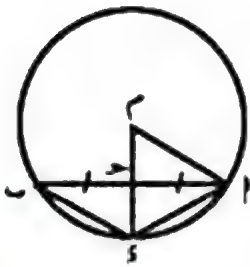
م د \perp أ ج ، م ه \perp أ ب أثبت ان :

د ه // ب ج ، و إذا كان ب د = ٨ سم فأوجد د ه

(٢) في الشكل المقابل :

دائرة مركزها م وطول نصف قطرها ١٣ سم ،

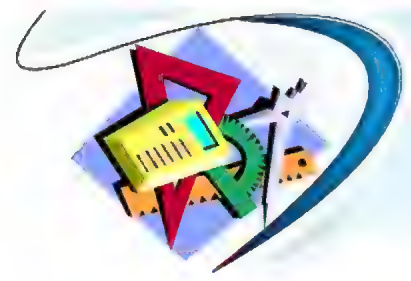
أ ب وتر فيها طوله ٢٤ سم ، د منتصف أ ب



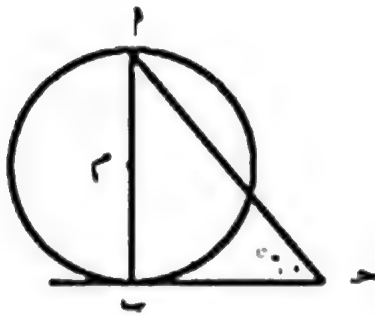
رسم م ج فقطع الدائرة في د . أوجد :

أولاً: طول م ج ثانياً : م (Δ أ د ب)





(٣) في الشكل المقابل :



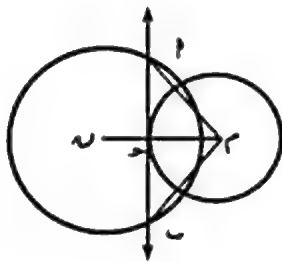
دائرة م محيطها ٤٤ سم ، \overline{AB} قطر فيها ،

\overleftrightarrow{BC} مماس للدائرة عند ب ، $\angle BAC = 60^\circ$

أوجد طول \overline{BC}

$$(ط = \frac{22}{\sqrt{3}})$$

(٤) في الشكل المقابل :



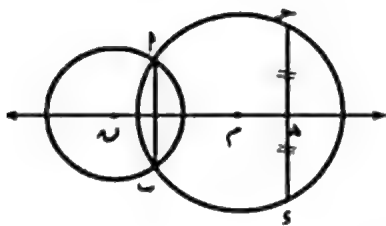
م ، ن دائرتان متقاطعتان ، \overline{MN} يقطع الدائرة م في ح ،

رسم \overleftrightarrow{JA} مماسا للدائرة م عند ج

يقطع الدائرة ن في أ ، ب . أثبت ان :

أولا : $\angle JAB = \angle CBA$ ثانيا : $\angle MAB = \angle CBA$

(٥) في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ،

\overline{CD} وتر في الدائرة م ، يقطع م ن في هـ ،

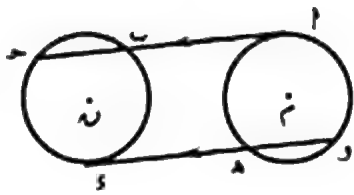
فإذا كان هـ منتصف \overline{CD} . أثبت أن : $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$.





(٦) م ، ن دائرتان متماستان من الداخل عند أ ، الدائرة م أكبر من الدائرة ن ، رسم $\overleftrightarrow{أج}$ مماسا مشتركا للدائرتين ، ورسم ن م فقطع الدائرة ن فى ب ، ورسم ب د مماسا للدائرة ن فقطع الدائرة م فى د ، ه . أثبت أن :

أولا : $\overleftrightarrow{أج} \parallel \overleftrightarrow{ب د}$ ثانيا : $ب د = ب ه$

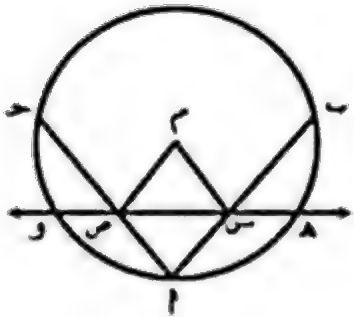


(٧) فى الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متطابقتان ، $\overline{أج}$ قطعة مماسة

للدائرة م عند أ ، $\overline{ود}$ قطعة مماسة للدائرة ن عند د ، $\overline{أج} \parallel \overline{ود}$

أثبت أن : أولا : $ب ج = و ه$ ثانيا : $أ ب = ه د$



(٨) فى الشكل المقابل :

أ ب ، $\overline{أج}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة م .

س ، ص منتصفا أ ب ، $\overline{أج}$

رسم س ص فقطع الدائرة فى ه ، و

أثبت أن $س ه = ص و$

(٩) فى الشكل المقابل :

الدائرتان م ، ن متقاطعتان

فى أ ، ب . م ن \cap $\overline{أ ب} = \{ص\}$ ،

$\overline{أ ب} = أ د$ ، س منتصف $\overline{أ ج}$.

أثبت أن :

ن ص = ن س





(١٠) الدائرة م فيها $\overline{أب}$ ، $\overline{ج د}$ وتران متوازيان . ه منتصف $\overline{أب}$ ، رسم $\overrightarrow{ه م}$

فقطع $\overline{ج د}$ في و . أثبت أن:

$$و ج = و د .$$

(١١) الدائرة م فيها $\overline{أب}$ ، $\overline{أ ج}$ وتران . د ، ه منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أ ج}$ على الترتيب رسم

د م فقطع $\overline{أ ج}$ في و بحيث كان م ه = ه و . أثبت أن: ق ($\angle أ د$) = ٥٤٥°

(١٢) $\overline{أب}$ قطر في دائرة م ، رسم الوتر $\overline{ج د} // \overline{أب}$ ، رسم $\overline{ج س} \perp \overline{أب}$ ،

د ص $\perp \overline{أب}$. أثبت أن: أ س = ص ب.

(١٣) أ ، ب نقطتان حيث $\overline{أب} = ٦$ سم . أرسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب بحيث يكون طول

نصف قطرها ٥ سم ، ثم اوجد بعد مركز الدائرة عن $\overline{أب}$.

(١٤) أرسم المثلث $\overline{أ ب د}$ الذي فيه $\overline{أب} = ٦$ سم ، $\overline{أ د} = ٤$ سم ،

ق ($\angle ب أ د$) = ٦٠° أرسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ج ، ومركزها $\exists \overline{أب}$.

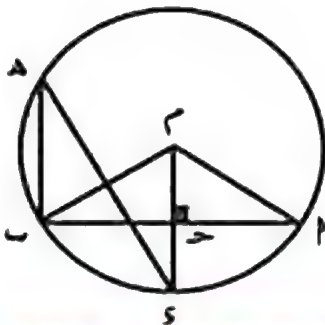
(١٥) $\overline{أب}$ قطر في دائرة م ، $\overline{أ ج}$ وتر فيها حيث ق ($\angle ب أ د$) = ٣٠° ، رسم $\overline{ب ج}$

ورسم م د $\perp \overline{أ ج}$ يقطعه في د .

أولا: أثبت أن: م د $// \overline{ب ج}$

ثانيا: أثبت أن طول ب ج يساوى طول نصف قطر الدائرة .

(١٦) في الشكل المقابل:



م ج $\cap \overline{أب}$ يقطعه في ج

ويقطع الدائرة في د ، ق ($\angle م أ ب$) = ٢٠° .

أوجد : أولا : ق ($\widehat{أ د}$) ثانيا: ق ($\angle د ه ب$) .





الإجابات

أولاً : أكمل ما يأتى :

- (١) نصف قطر الدائرة
- (٢) الوتر
- (٣) القطر
- (٤) القطر
- (٥) لانهائى
- (٦) محور تماثل
- (٧) ٣
- (٨) مماسا للدائرة
- (٩) متوازيان
- (١٠) مركز الدائرة
- (١١) متساوية فى الطول
- (١٢) $<$
- (١٣) عموديا على الوتر المشترك وينصفه
- (١٤) متباعدتان
- (١٥) متماستان من الخارج
- (١٦) عدد لا نهائى من الدوائر
- (١٧) يتطابقان
- (١٨) $\frac{1}{p}$ طول القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين المعلومتين .
- (١٩) مركز الدائرة الخارجة للمثلث
- (٢٠) (أ) داخل (ب) على (ج) خارج





ثانياً : اختر الاجابة الصحيحة :

- (١) مماس للدائرة
- (٢) ٣ سم
- (٣) ٤ سم
- (٤) $[٣ ، \infty]$
- (٥) يقطع الدائرة
- (٦) يقع خارج الدائرة
- (٧) (٧ ، ٧)
- (٨) عدد لا نهائى
- (٩) متقاطعتان
- (١٠) ٤ سم
- (١١) ١١ سم
- (١٢) $[٣ ، ٧]$
- (١٣) صفر
- (١٤) \overleftrightarrow{MN}
- (١٥) محور \overline{AB}
- (١٦) ١
- (١٧) محاور تماثل أضلاعه
- (١٨) ٢ سم
- (١٩) ٢



ثالثاً : أسئلة متنوعة :

$$(1) \quad \begin{aligned} &\overline{AD} \perp \overline{BC} \quad \therefore \text{د منتصف أ ج} \\ &\overline{ME} \perp \overline{AJ} \quad \therefore \text{ه منتصف أ ب} \\ &\therefore \overline{DE} \parallel \overline{BC} \quad , \quad \overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ سم} \end{aligned}$$

$$(2) \quad \begin{aligned} &\therefore \text{د منتصف أ ب} \\ &\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB}, \quad \overline{AD} = \overline{DB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ سم} \\ &\therefore \Delta \text{ أم د قائم الزاوية في ج} \\ &\therefore \overline{MD} = \sqrt{(13)^2 - (6)^2} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10} \text{ سم} \\ &\therefore \overline{MD} = \overline{NQ} = 13 \text{ سم} \quad \therefore \overline{JD} = 13 - 5 = 8 \text{ سم} \\ &\therefore \text{م} (\Delta \text{ أ د ب}) = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{JD} \end{aligned}$$

$$8 \times 24 \times \frac{1}{2} =$$

$$= 96 \text{ سم}^2$$

$$(3) \quad \therefore \text{محيط الدائرة م} = 44 \text{ سم}$$

$$\therefore 44 = \pi r$$

$$\therefore 44 = \pi \times \frac{22}{7} \times r$$

$$\therefore \text{نق} = 7 \text{ سم}$$

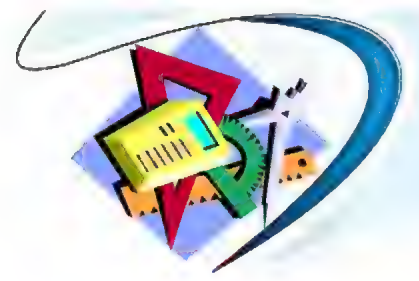
$$\therefore \overline{AB} = 2 \times \text{نق} = 14 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{ب ج مماس للدائرة م عند ب}$$

$$\therefore \angle \text{ق} (\angle \text{أ ب ج}) = 90^\circ$$

$$\therefore \angle \text{ق} (\angle) = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$





$$\therefore \text{ب ج} = \frac{1}{2} \text{أ ج} \quad \therefore \text{أ ج} = 2 \text{ب ج}$$

$\therefore \Delta \text{أ ب ح}$ قائمة الزاوية في ب

$$\therefore (\text{أ ج})^2 = (\text{ب ج})^2 + (\text{أ ب})^2$$

$$\therefore (2 \text{ب ج})^2 = (\text{ب ج})^2 + (14)^2$$

$$\therefore 3(\text{ب ج})^2 = 196$$

$$\therefore \text{ب ج} = \sqrt{\frac{196}{3}} = \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{3}} = \frac{14}{\sqrt{3}} \approx 8 \text{ سم}$$

(4) $\therefore \overrightarrow{\text{أ ج}}$ مماس للدائرة م عند ج

$\therefore \overrightarrow{\text{م ج}} \perp \overrightarrow{\text{أ ب}}$ في الدائرة ن

في الدائرة ن $\therefore \overline{\text{ن ج}} \perp \overline{\text{أ ب}}$

$\therefore \overline{\text{ج م}}$ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

$$\therefore \text{ج أ} = \text{ج ب}$$

في $\Delta \text{أ ج م}$ ، ب ج م

$$\left. \begin{array}{l} \text{ج أ} = \text{ج ب} \\ \text{ق} (> \text{أ ج م}) = \text{ق} (> \text{ب ج م}) = 90^\circ \\ \overline{\text{م ج}} \text{ ضلع مشترك} \end{array} \right\} \therefore$$

$$\therefore \Delta \text{أ ج م} \equiv \Delta \text{ب ج م}$$

$$\therefore \text{م أ} = \text{م ب}$$





(٥) م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب

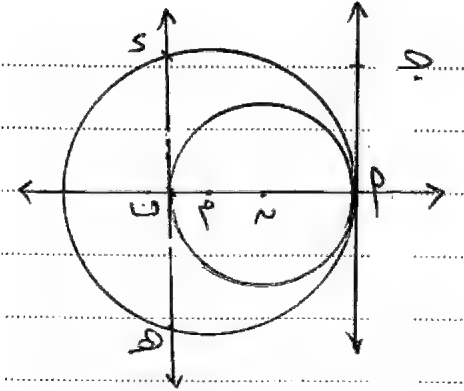
$$\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{MN}$$

ه منتصف الوتر جد

$$\overleftrightarrow{MH} \perp \overleftrightarrow{JD}$$

$$\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{MN}, \overleftrightarrow{JD} \perp \overleftrightarrow{MN}$$

$$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{JD}$$



(٦) أ ج ، ب د مماسان للدائرة ن عند أ ، ب

أ ب قطر فى الدائرة ن

$$\overleftrightarrow{AJ} \parallel \overleftrightarrow{BD}$$

فى الدائرة ن : $\overleftrightarrow{NB} \perp \overleftrightarrow{DH}$

$$\overleftrightarrow{BD} \parallel \overleftrightarrow{DH} \therefore \overleftrightarrow{BD} = \overleftrightarrow{DH}$$

(٧) العمل: نرسم أ م ويقطع و ه فى س ، نرسم د ن و يقطع ب ج فى ص

البرهان :

$$\overleftrightarrow{AJ} \text{ مماس للدائرة م عند أ } \therefore \overleftrightarrow{AM} \perp \overleftrightarrow{AJ}$$

$$\overleftrightarrow{AJ} \parallel \overleftrightarrow{OD} \therefore \overleftrightarrow{AS} \perp \overleftrightarrow{OD}$$

$$\overleftrightarrow{DO} \text{ مماس للدائرة ن عند د } \therefore \overleftrightarrow{ND} \perp \overleftrightarrow{DO}$$

$$\overleftrightarrow{AS} \parallel \overleftrightarrow{SD}, \overleftrightarrow{AS} \perp \overleftrightarrow{OD}, \overleftrightarrow{SD} \perp \overleftrightarrow{OD}$$

$$\therefore \text{الشكل أ س د ص مستطيل} \therefore \overleftrightarrow{AS} = \overleftrightarrow{SD}$$



∴ م ، ن دائرتان متطابقتان

∴ أ م = ن د

∴ أ س - أ م = ص د - ن د

∴ م س = ن ص

∴ م س ⊥ و هـ ، ن ص ⊥ ب ج ∴ و هـ = ب د

∴ م س ⊥ و هـ ∴ و س = س هـ

∴ ن ص ⊥ ب ج ∴ ص ج = ب ص

∴ ب د = و هـ ∴ س هـ = ب ص

∴ أ ص = س د

∴ أ ص - ب ص = س د - س هـ

∴ أ ب = هـ د

(٨) العمل : نرسم م ع ⊥ هـ و

البرهان : م ع ⊥ هـ و

∴ ع منتصف هـ و

∴ ع هـ = ع و

∴ س ، ص منتصفا أ ب ، أ ج

∴ م ع ⊥ س ص ، م ص ⊥ أ د ،

∴ أ ب = أ د ،

∴ م س = م ص

في Δ م س ص ∴ م س = م ص ، م ع ⊥ س ص

∴ ع منتصف س ص ∴ س ع = ص ع

∴ ع هـ - ع س = ع و - ع ص

∴ س هـ = ص و



(٩) ∴ الدائرتان م ، ن متقاطعتان في أ ، ب

∴ $\overrightarrow{MN} \perp \overline{AB}$

في الدائرة ن ∴ س منتصف \overline{AJ}

∴ $\overline{NS} \perp \overline{AJ}$

∴ $\overline{NS} \perp \overline{AB}$ ، $\overline{AB} = \overline{AD}$

∴ $\overline{NS} = \overline{NS}$

(١٠) ∴ ه منتصف \overline{AB}

∴ $\overline{MH} \perp \overline{AB}$

∴ $\overline{AB} \parallel \overline{JD}$ ، هو قاطع

∴ $\angle Q (A, H, M) = \angle Q (H, O, D) = 90^\circ$ "بالتبادل"

∴ $\overline{MO} \perp \overline{JD}$

∴ و منتصف \overline{JD}

∴ $\overline{OD} = \overline{OD}$

(١١) ∴ د ، ه منتصف \overline{AB} ، \overline{AJ}

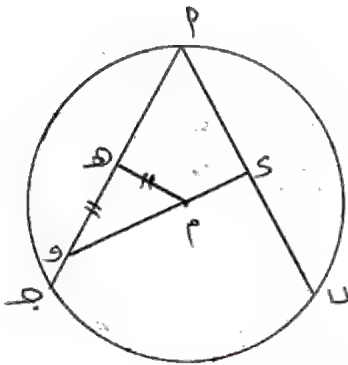
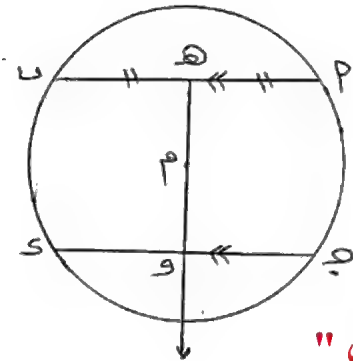
∴ $\overline{MD} \perp \overline{AB}$ ، $\overline{MH} \perp \overline{AJ}$

في $\triangle MHO$ ∴ $\angle MHO = \angle MHO$

∴ $\angle Q (H, M, O) = \angle Q (O, D, H) = 90^\circ$ ، $\angle Q (O, D, H) = 90^\circ$

في $\triangle ADO$ $\angle Q (D, A, O) = 90^\circ$ ، $\angle Q (O, D, H) = 90^\circ$

∴ $\angle Q (A, O, D) = 180^\circ - (90^\circ + 90^\circ) = 0^\circ$





(١٢) العمل : نرسم جو ، م د

$\therefore \overline{ج د} // \overline{أ ب}$ ، $\overline{ج س} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{د ص} \perp \overline{أ ب}$

\therefore الشكل د س ص د مستطيل

$\therefore د س = د ص$

في $\Delta \Delta د س م$ ، $د ص م$

$\left. \begin{array}{l} \overline{ج س} = \overline{د ص} \\ \angle ق (س) = \angle ق (ص) = 90^\circ \\ \overline{ج م} = \overline{د م} = \overline{ن ق} \end{array} \right\} \therefore$

$\Delta د س م \equiv \Delta د ص م$

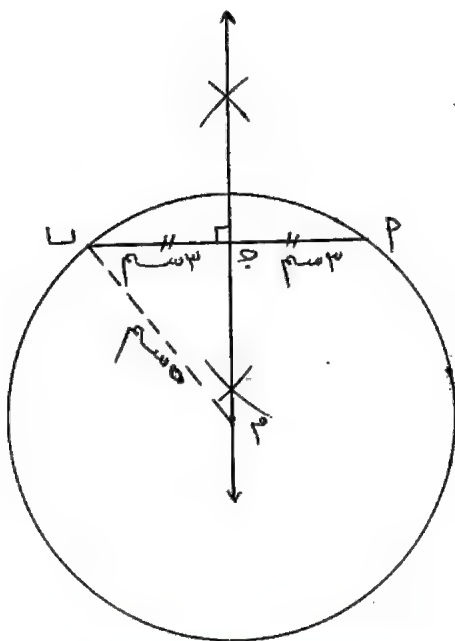
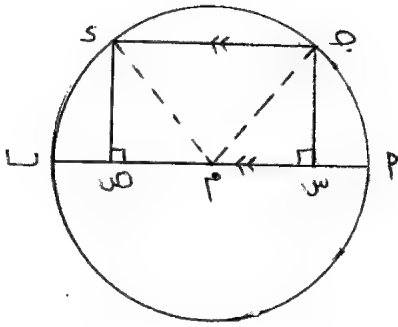
$\therefore \Delta د س م \equiv \Delta د ص م$

$\therefore م س = م ص$

، $\therefore م أ = م ب = م ن ق$

$\therefore م أ - م س = م ب - م ص$

$\therefore أ س = ص ب$



(١٣) \therefore ج منتصف $\overline{أ ب}$

$\therefore أ ج = ج ب = ٣ سم$

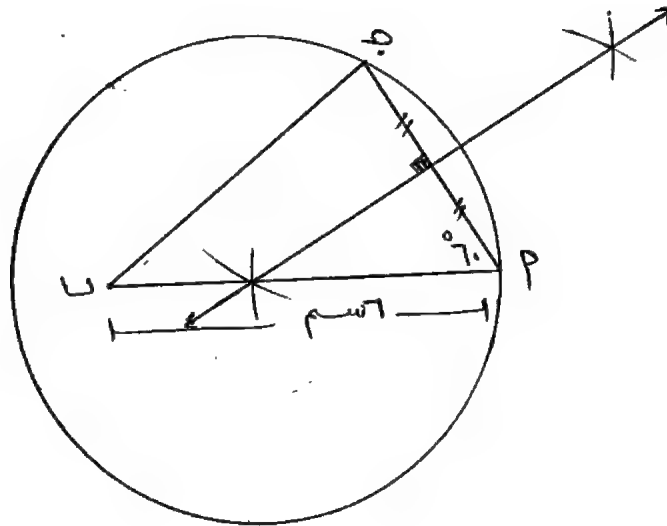
$\therefore \Delta م ب ج$ قائم الزاوية في ج

$\therefore ج م = \sqrt{٣^2 - ٥^2}$

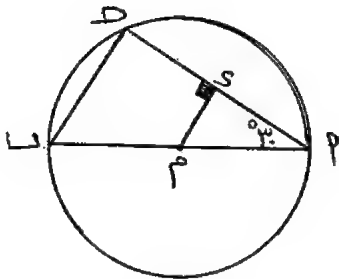
$= ٤ سم$



(۱۴)



(١٥) ∴ $\overline{m} \perp \overline{a_j}$ ∴ د منتصف $\overline{a_j}$



∴ \overline{AB} قطر في الدائرة م ∴ م منتصف \overline{AB}

م د // ج ب

∴ مَدَّ // جَبَّ ، أَجْزَأُ

∴ ق (> أ د م) = ق (> ج) = ٩٠ ° " بالتناظر "

في Δ أحـب

$\therefore \text{ق} (> \text{د}) = 0.9$ ، $\text{ق} (> \text{أ}) = 0.3$

$$\therefore \text{ج ب} = \frac{1}{2} \text{أ ب} = \frac{1}{2} \times 2 \text{نق} = \text{نق}$$



(١٦) فى Δ أ م ج

$$\therefore \text{ق } (\hat{أ}) = ٢٠^\circ, \text{ق } (\hat{م ج أ}) = ٩٠^\circ$$

$$\therefore \text{ق } (\hat{أ م ج}) = ١٨٠^\circ - (٩٠^\circ + ٢٠^\circ) = ٧٠^\circ$$

$$\therefore \text{ق } (\hat{أ د}) = ٧٠^\circ$$

$$\therefore \text{م أ} = \text{م ب} = \text{نق}$$

$$\therefore \text{ق } (\hat{أ}) = \text{ق } (\hat{م ب ج}) = ٢٠^\circ$$

$$\therefore \text{ق } (\hat{د م ب}) = ١٨٠^\circ - (٩٠^\circ + ٢٠^\circ) = ٧٠^\circ$$

$$\therefore \text{ق } (\hat{د ب}) = ٧٠^\circ$$

$$\therefore \text{ق } (\hat{د ه ب}) = \text{المحطية} = \frac{1}{4} \text{ق } (\hat{د ب}) = ٣٥^\circ$$



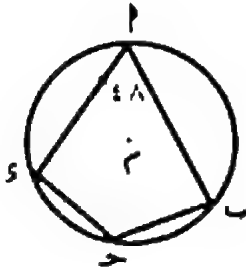


الجزء الثاني الأسئلة

أولاً: أكمل ما يلي :

١- في الشكل الرباعي الدائري تكون الزاويتان المتقابلتان

٢- في الشكل المقابل:



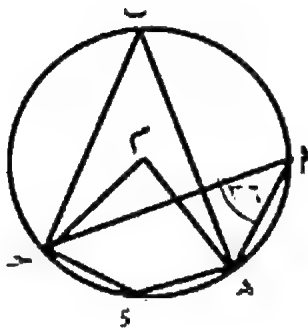
إذا كانت م دائرة ، ق (\hat{A}) = 48° ،

فإن : أولاً: ق (\hat{B}) =

ثانياً: ق (\hat{D} الأكبر) =

٣- يكون الشكل رباعياً دائرياً إذا وجدت زاوية خارجة عند أي رأس من رؤوسه قياسها يساوي الزاوية المقابلة للمجاورة لها.

٤- في الشكل المقابل:



إذا كانت ق (\hat{A} هـ) = 36° فإن :

(أ) ق (\hat{B} جـ) = $^\circ$

(ب) ق (\hat{M} جـ) = $^\circ$

(ج) ق (\hat{D} جـ) = $^\circ$

(٥) الزاويتان المحيطتان المرسومتان على قوس واحد في دائرة يكونان

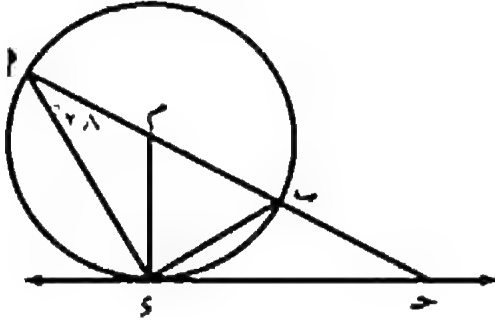
(٦) ارتفاعات المثلث





(٧) في الشكل المقابل:

أ ب قطر في الدائرة م ، ج د مماس لها ،



ق (ب أ د) = 28°

أكمل ما يأتي:

أولاً: ق (ب د م) = $.....^\circ$

ثانياً: ق (ب م د) = $.....^\circ$

ثالثاً: ق (ب د ج) = $.....^\circ$

رابعاً: ق (أ د) = $.....^\circ$

خامساً: ق (ج) = $\frac{1}{2} [\text{ق (.....)} - \text{ق (.....)}]$

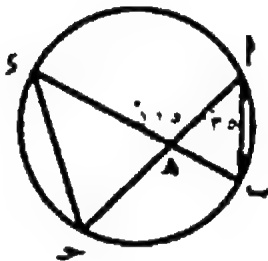
(٨) قياس الزاوية المماسية يساوي الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس.

(٩) عدد المماسات المشتركة المرسومة للدائرتين متباعدتين يساوي

(١٠) مركز الدائرة الداخلة لأي مثلث هو نقطة تقاطع

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

(١) في الشكل المقابل:



أ ج ، ب د وتران في دائرة متقاطعان في هـ ،

ق (أ) = 35° ، ق (أ هـ د) = 115°

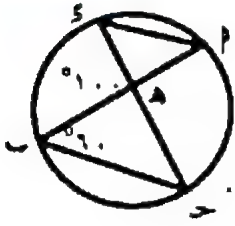
فإن ق (أ د) يساوي :

(د) 160°

(ج) 115°

(ب) 80°

(أ) 70°



(٢) في الشكل المقابل :

إذا كان \widehat{AB} ، \widehat{CD} وتران في دائرة فإن $\angle C$ (د أ ب) يساوى:

- (أ) 40° (ب) 50° (ج) 60° (د) 70°

(٣) القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة دائمتاً:

(أ) متساويتان في الطول. (ب) غير متساويتين

(ج) متعامدتان (د) متوازيتان

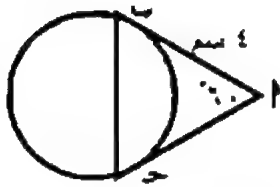
(٤) الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين:

(أ) وتران (ب) مماسان (ج) وتر ومماس (د) وتر وقطر

(٥) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدثى المركز تساوي:

(أ) صفر (ب) واحد (ج) اثنان (د) ثلاثة

(٦) في الشكل المقابل:



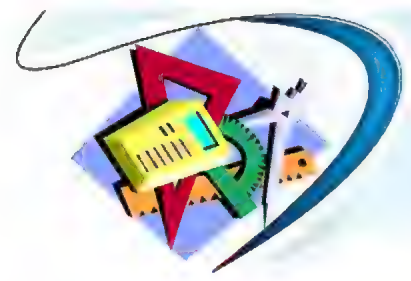
\widehat{AB} ، \widehat{AC} مماسان ، $\angle C = 60^\circ$ ،

فإذا كان $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ فإن طول \widehat{BC} تساوى :

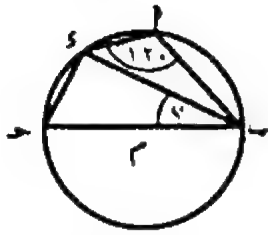
(أ) 3 سم (ب) 4 سم (ج) 5 سم (د) 8 سم

(٧) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل تساوي:

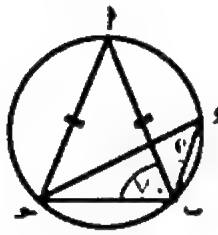
(أ) واحد (ب) اثنان (ج) ثلاثة (د) أربعة



٨) مستعينا بالأشكال الآتية اختر الإجابة الصحيحة:



شكل (٣)



شكل (٢)



شكل (١)

شكل (١): إذا كانت ق (أ م ج) = 140° فإن ق (أ د ج) تساوى:

- (أ) 40° (ب) 70° (ج) 110° (د) 140°

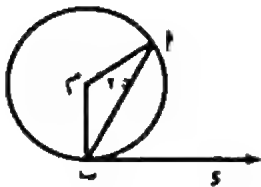
شكل (٢): إذا كانت ق (أ ب ج) = 70° فإن ق (ب د ج) تساوى:

- (أ) 20° (ب) 40° (ج) 60° (د) 90°

شكل (٣): إذا كانت ق (ب أ د) = 120° فإن ق (ج ب د) تساوى:

- (أ) 15° (ب) 30° (ج) 45° (د) 60°

٩) فى الشكل المقابل:

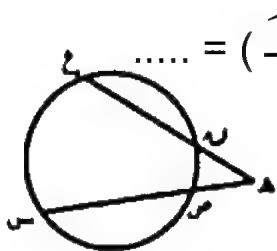


إذا كان ب د مماس للدائرة م ،

ق (ب أ م) = 25° فإن ق (أ ب د) تساوى:

- (أ) 25° (ب) 50° (ج) 65° (د) 130°

١٠) فى الشكل المقابل:



إذا كان : ق (س ع) = 70° ، ق (ص ن) = 30° فإن ق (هـ) =

- (أ) 20° (ب) 40°

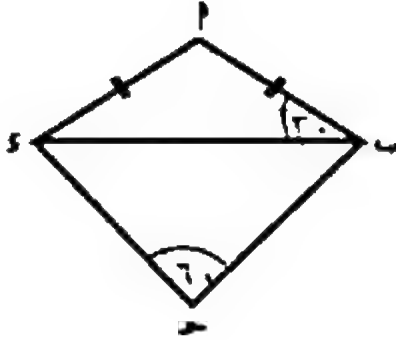
- (ج) 50° (د) 100°



ثالثاً: تمارين متنوعة:

(١) (أ) اثبت أنه إذا كان الشكل الرباعي دائرياً فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.

(ب) فى الشكل المقابل:



أ ب ج د شكل رباعي فيه:

$$\text{أ ب} = \text{أ د} ، \text{ق} (\text{أ ب د}) = 30^\circ ،$$

$$\text{ق} (\text{ج د}) = 60^\circ ،$$

اثبت أن: الشكل أ ب ج د رباعي دائري.

(٢) أ ب ج د شكل رباعي دائري فيه أ ب // د ج ، هـ منتصف أ ب أثبت أن هـ ج = هـ د .

(٣) أ ب ج د مثلث حاد الزوايا مرسوم داخل دائرة ، رسم أ د \perp ب ج ليقطع ب ج في د

ويقطع الدائرة في هـ . رسم ج ن \perp أ ب ليقطع أ ب في ن . أثبت أن :

أولاً: الشكل أن د ج رباعي دائري. ثانياً: ق(ب ن د) = ق(ب هـ د)

(٤) أ ب ج د مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة ، د نقطة على أ ب ، أخذت نقطة هـ

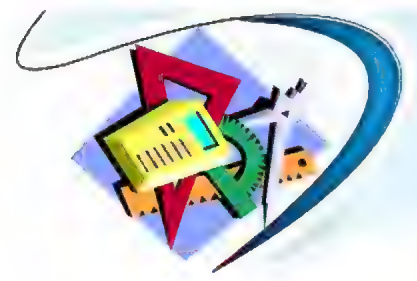
على د ج بحيث أ د = د هـ . أثبت أن:

ثانياً: د ب // أ هـ

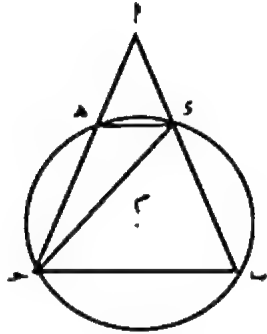
أولاً: أ د هـ مثلث متساوي الأضلاع.

رابعاً: د ب = هـ ج

ثالثاً: ق(د ج ب) = ق(هـ أ ح)



(٥) فى الشكل المقابل :



أ ب ج مثلث فيه أ ب = أ ج

ب ج وتر فى الدائرة م ،

أ ب ، أ ج يقطعان الدائرة فى د ، هـ.

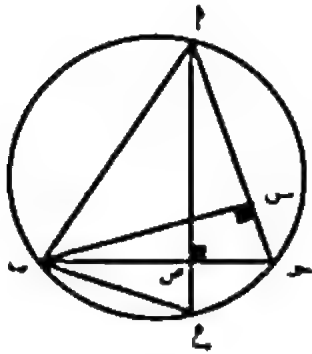
أثبت أن : ب ج // د هـ

وإذا كان ق (د ج أ) = ٣٠° ، ق (أ) = ٥٠° .

أوجد أولاً: ق (ب هـ ج) ثانياً: ق (ب م ج) ثالثاً: ق (ج د هـ)

(٦) (أ) أثبت أن الزاوية المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة متساوية فى القياس.

(ب) فى الشكل المقابل:



أ ب ج مثلث مرسوم داخل دائرة ،

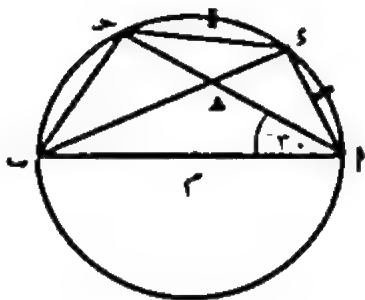
ب س ⊥ أ ج ، أ ص ⊥ ب ج

يقطعه فى ص ، ويقطع الدائرة فى ع ، أثبت أن:

أولاً: الشكل أ ب ص س رباعي دائرى .

ثانياً: ب ج ينصف (س ب ع).

(٧) فى الشكل المقابل:



أ ب قطر فى الدائرة م ، ح ∃ للدائرة ،

ق (ج أ ب) = ٣٠° ، د منتصف أ ج ،

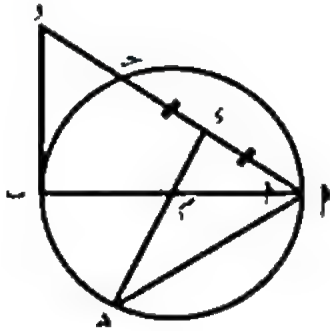
د ب ∩ أ ج = { هـ }

أولاً: أوجد ق (ب د ج) ، ق (أ ب د)

ثانياً: أثبت أن Δ أ ب هـ متساوي الساقين.



(٨) فى الشكل المقابل:



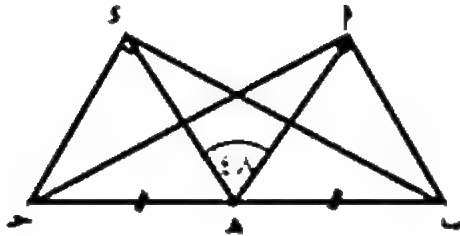
أ ب قطر فى الدائرة م ، د منتصف أ جـ

، رسم د م فقطع الدائرة فى هـ ،

رسم ب و مماس للدائرة فقطع أ جـ فى و . أثبت أن:

أولاً: الشكل م ب و د رباعي دائرى . ثانياً : د هـ // ب جـ

(٩) فى الشكل المقابل :



ق (ب أ جـ) = ق (ب د جـ) = ٩٠°

هـ منتصف ب جـ ، ق (أ هـ د) = ٤٨°

أولاً: أوجد ق (أ ب د).

ثانياً: اثبت ان : ق (أ ب د) = ق (أ جـ د)

(ب) ق (أ هـ د) = ٢ ق (أ ب جـ)

(١٠) أ ب جـ د شكل رباعي مرسوم داخل دائرة ، و \exists أ ب ، رسم و هـ // ب جـ

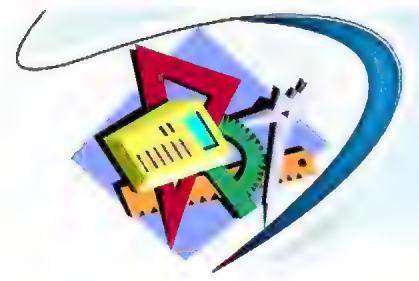
يقطع جـ د فى هـ ، د و \cap جـ ب = {س} . أثبت أن:

أولاً: الشكل أ و هـ د رباعي دائرى. ثانياً: ق (ب س و) = ق (هـ أ د)

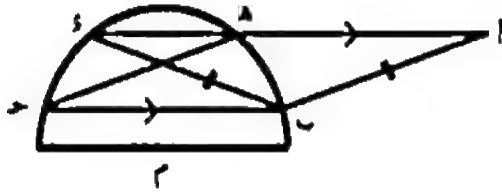
(١١) أ نقطة خارج دائرة رسم أ ب فقطع الدائرة فى ب ، جـ على الترتيب ، رسم أ د فقطع الدائرة فى د ، هـ على الترتيب، فإذا كان أ جـ = أ هـ.

أثبت أن : أولاً: ب د // جـ هـ ثانياً : ق (ب جـ د) = ق (هـ د)





(١٢) فى الشكل المقابل:

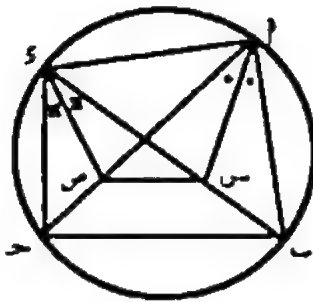


نصف دائرة مركزها م ،

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC} , \overline{AB} = \overline{BD} .$$

أثبت أن : الشكل أ ب ج د متوازى أضلاع.

(١٣) فى الشكل المقابل:



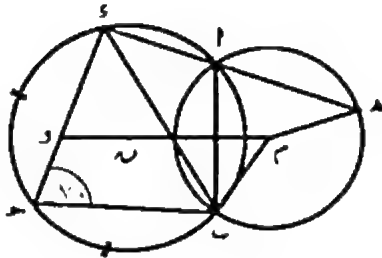
أ ب ج د شكل رباعى مرسوم داخل الدائرة م ،

أ س ينصف ب أ ج ، د ص ينصف ب د ج أثبت أن :

أولاً: الشكل أ س ص د رباعي دائرى.

$$\text{ثانيًا: } \overline{SV} \parallel \overline{BD}$$

(١٤) فى الشكل المقابل :



$$\widehat{C} (\widehat{B}) = 70^\circ ,$$

$$\text{طول } \widehat{B} = \text{طول } \widehat{C} ,$$

$$\overline{MN} \cap \widehat{B} = \{H\} .$$

$$\overline{DA} \cap \text{الدائرة م} = \{H\}$$

أوجد بالبرهان : ق (ب د ج) ، ق (ب أ د) ، ق (ب م هـ) .

(١٥) أ ب قطر فى دائرة مركزها م ، د \in أ ب ، د هـ أ ب ، رسم د ج مماس للدائرة فى ج ،

رسم ج ب ، أخذت نقطة هـ عليه بحيث د هـ = د ج ، أثبت أن:

أولاً: الشكل ا ج د هـ رباعي دائرى.

ثانيًا : أ هـ قطر للدائرة الخارجة للشكل أ ج د هـ.

ثالثًا: د هـ مماس للدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب هـ.



الإجابات

أولاً : أكمل ما يأتى :

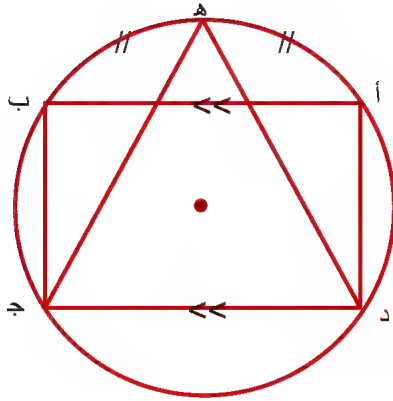
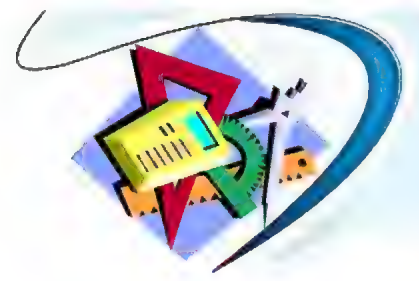
- (١) متكاملتان (٢) ١٣٢° ، ٢٦٤° (٣) قياس
(٤) ٣٦° ، ٧٢° ، ١٤٤° (٥) متساويان فى القياس (٦) تتقاطع جميعاً في نقطة واحدة.
(٧) ٦٢° ، ٥٦° ، ٢٨° ، ١٢٤° ، ق (أ د) ، ق (ب د)
(٨) نصف قياس (٩) ٤ (١٠) منصفات زواياه الداخلة.

ثانياً : اختر الإجابة الصحيحة:

- (١) ١٦٠° (٢) ٤٠° (٣) متساويان فى الطول
(٤) وتر ومماس (٥) صفر (٦) ٤ سم.
(٧) واحد (٨) ١١٠° ، ٤٠° ، ٣٠° (٩) ٦٥° (١٠) ٢٠°

ثالثاً : تمارين متنوعة :

- (١) أ) اثبات نظرية.
ب) فى Δ أ ب د \therefore أ ب = أ د
 \therefore ق ($>$ أ ب د) = ق ($>$ أ د ب) = ٣٠°
 \therefore ق ($>$ أ) = $١٨٠^\circ - (٣٠^\circ + ٣٠^\circ) = ١٢٠^\circ$
 \therefore ق ($>$ أ) + ق ($>$ ج) = $١٢٠^\circ + ٦٠^\circ = ١٨٠^\circ$
 \therefore الشكل أ ب ج د رباعى دائرى .



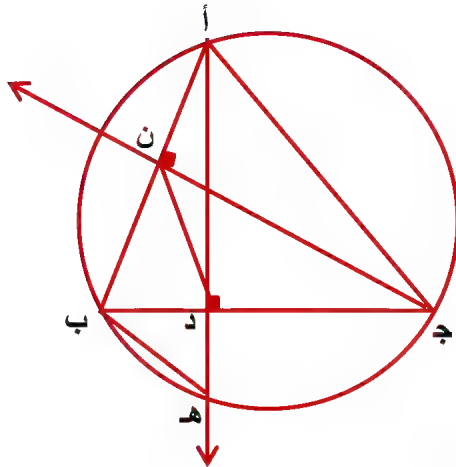
$$(2) \therefore \overline{AB} \parallel \overline{DC}$$

$$\therefore \widehat{C(AD)} = \widehat{C(AB)}$$

$$\therefore \widehat{C(AH)} = \widehat{C(HB)}$$

$$\text{بالجمع: } \therefore \widehat{C(HAD)} = \widehat{C(HBD)}$$

$$\therefore HD = HD$$



$$(3) \therefore \widehat{C(AD)} = \widehat{C(AN)} = 90^\circ$$

"وهما مرسومتان على القاعدة"

"أ ج وفي جهة واحدة منها"

\therefore الشكل أن د ج رباعي دائري.

\therefore ($\widehat{C(BN)}$ د) حارجة عن الشكل الرباعي الدائري أن د ج

$$(1) \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\therefore \widehat{C(BN)} = \widehat{C(DA)}$$

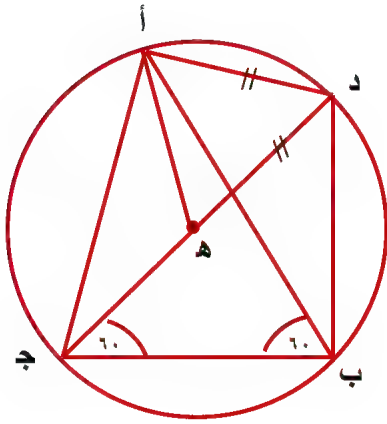
\therefore ($\widehat{C(BH)}$ أ)، ($\widehat{C(BA)}$ أ) محطيتان مشتركتان في (\widehat{AB}).

$$(2) \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\therefore \widehat{C(BH)} = \widehat{C(HD)}$$

من (1)، (2)

$$\therefore \widehat{C(BN)} = \widehat{C(BH)}$$



(٤) ∴ $\angle A \cong \angle B$ مثلث متساوي الأضلاع

∴ $\angle C (\angle A \cong \angle B) = 60^\circ$

∴ $\angle C (\angle A \cong \angle B) = \angle C (\angle A \cong \angle B) = 60^\circ$

"محطيتان مشتركتان في (أ ج)"

∴ $\angle D = \angle H$

∴ $\triangle ADH$ متساوي الأضلاع.

"محطيتان مشتركتان في (ب ج)"

∴ $\angle C (\angle A \cong \angle B) = \angle C (\angle A \cong \angle B) = 60^\circ$

"وهما في وضع تبادل"

∴ $\angle C (\angle A \cong \angle B) = \angle C (\angle A \cong \angle B) = 60^\circ$

∴ $\overline{AD} \parallel \overline{BH}$

بطرح $\angle C (\angle A \cong \angle B)$ من الطرفين.

∴ $\angle C (\angle A \cong \angle B) = \angle C (\angle A \cong \angle B) = 60^\circ$

∴ $\angle C (\angle A \cong \angle B) = \angle C (\angle A \cong \angle B)$

"محطيتان مشتركتان في (د ب)"

∴ $\angle C (\angle A \cong \angle B) = \angle C (\angle A \cong \angle B)$

∴ $\angle C (\angle A \cong \angle B) = \angle C (\angle A \cong \angle B)$

في $\triangle ADH$ ، $\angle A \cong \angle B$

∴ $\angle C (\angle A \cong \angle B) = \angle C (\angle A \cong \angle B) = 120^\circ$

$\angle C (\angle A \cong \angle B) = \angle C (\angle A \cong \angle B)$

$\angle A = \angle H$

∴ $\angle D = \angle H$

∴ $\triangle ADH \equiv \triangle BHD$





٥) في Δ أ ب ج \therefore أ ب = أ ج

\therefore ق ($>$ ب) = ق ($>$ أ ج ب) _____ (١)

\therefore ($>$ أ هـ د) خارجة عن الشكل الرباعي الدائري د هـ ج ب .

\therefore ق ($>$ أ هـ د) = ق ($>$ ب) _____ (٢)

من (١) ، (٢)

\therefore ق ($>$ أ هـ د) = ق ($>$ أ ج ب) وهما في وضع تناظر.

\therefore د هـ // ب ج

\therefore ($>$ ب د ج) خارجة عن Δ أ د ج .

\therefore ق ($>$ ب د ج) = $^{\circ}50 + ^{\circ}30 = ^{\circ}80$

\therefore ق ($>$ ب د ج) = ق ($>$ ب هـ ج) = $^{\circ}80$ "محطيتان مشتركتان في ($\widehat{ب ج}$)"

، \therefore ق ($>$ ب م ج) المركزية = $2 \times$ ق ($>$ ب د ج) المحيطية = $2 \times ^{\circ}80 = ^{\circ}160$

"مشتريكتان في ($\widehat{ب ج}$)"

\therefore ق ($>$ أ ب ج) = ق ($>$ أ ج ب) = $(^{\circ}180 - ^{\circ}50) \div 2 = ^{\circ}65$

\therefore ق ($>$ د ج ب) = $^{\circ}30 - ^{\circ}65 = ^{\circ}35$

\therefore ق ($>$ د ج ب) = ق ($>$ هـ د ج) = $^{\circ}35$ "بالتبادل"



٦ أ) أثبات نظرية

$$(ب) \therefore ق (> أ س ب) = ق (> أ ص ب) = ٩٠^\circ$$

"وهما مرسومتان على القاعدة $\overline{أ ب}$ وفى جهة واحدة منها".

∴ الشكل أ ب ص س رباعي دائرى.

$$\therefore ق (> س أ ص) = ق (> س ب ص) \quad \text{"محيطتان مشتركتان فى (س ص)"}$$

$$\therefore ق (> ج أ ع) = ق (> ج ب ع) \quad \text{"محيطتان مشتركتان فى (ج ع)"}$$

$$\therefore ق (> ج ب ع) = ق (> س ب ج)$$

$$\therefore \overleftarrow{ب ج} \text{ ينصف } ق (> س ب ع) .$$

$$(٧) \therefore ق (> ج د ب) = ق (> ج أ ب) = ٣٠^\circ \quad \text{"محيطتان مشتركتان فى (ج ب)"}$$

$$\therefore ق (ب ج) = ٢ \times ٣٠^\circ = ٦٠^\circ$$

$$\therefore \overline{أ ب} \text{ قطر فى الدائرة م} , \therefore د منتصف (\overline{أ ج})$$

$$\therefore ق (\overline{أ د}) = ق (\overline{د ج}) = (١٨٠^\circ - ٦٠^\circ) \div ٢ = ٦٠^\circ$$

$$\therefore ق (> أ ب د) \text{ المحيطية} = \frac{1}{٢} ق (\overline{أ د}) = ٣٠^\circ$$

$$\therefore ق (> ه أ ب) = ق (> ه ب أ) = ٣٠^\circ$$

∴ $\triangle أ ب ه$ متساوى الساقين.



$$\therefore \overline{MD} \perp \overline{AJ}$$

$$(8) \therefore \text{D منتصف } \overline{AJ}$$

$$\therefore \overline{BO} \perp \overline{AB}$$

$$\therefore \text{B و مماس للدائرة M عند B.}$$

$$\therefore \text{C} (> \text{OB م}) + \text{C} (> \text{MD ج}) = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

\therefore الشكل M ب و D رباعي دائري.

$$\therefore \text{C} (> \text{AJ ب}) = 90^\circ$$

$$\therefore \text{AB قطر في الدائرة M.}$$

"وهما في وضع تناظر".

$$\therefore \text{C} (> \text{AJ ب}) = \text{C} (> \text{AD ه}) = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{JB} \parallel \overline{DH}$$

$$(9) \therefore \text{C} (> \text{AB ج}) = \text{C} (> \text{BD ج}) = 90^\circ$$

"وهما مرسومتان على القاعدة B ج وفي جهة واحدة منها".

\therefore الشكل A ب ج D رباعي دائري.

$$\therefore \text{C} (> \text{AB ج}) \text{ المحيطية } = 90^\circ$$

\therefore B ج قطر للدائرة الخارجة للشكل A ب ج D.

\therefore H منتصف B ج \therefore H مركز الدائرة

$$\therefore \text{C} (> \text{AB د}) \text{ المحيطية } = \frac{1}{2} \text{C} (> \text{AH د}) \text{ المركزية } = \frac{1}{2} \times 48^\circ = 24^\circ$$

"ومشتركتان في (A د)".

$$\therefore (> \text{AB د}), (> \text{AJ د}) \text{ محيطيتان مشتركتان في (A د)}$$

$$\therefore \text{C} (> \text{AB د}) = \text{C} (> \text{AJ د})$$

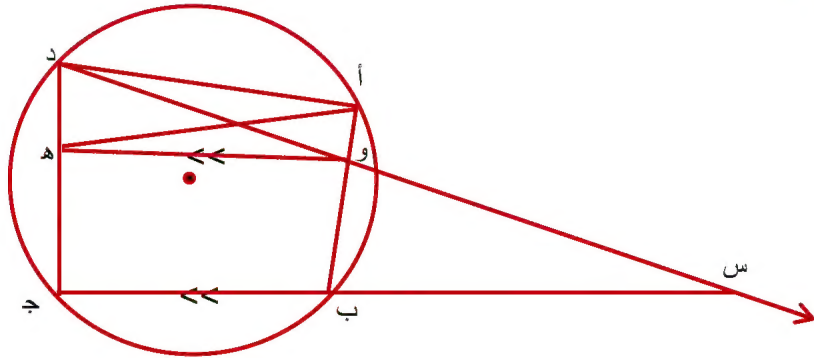
$$\therefore (> \text{AH ج}) \text{ مركزية}, (> \text{AB ج}) \text{ محيطية مشتركتان في (A ج)}$$

$$\therefore \text{C} (> \text{AH ج}) = 2 \text{C} (> \text{AB ج})$$





(١٠)



∴ أ ب ج د شكل رباعي دائري.

$$\text{∴ ق (أ >) + ق (ج >) = ١٨٠} \quad (١) \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

∴ و هـ // ب ج ، ج د قاطع.

$$\text{∴ ق (ج >) = ق (و هـ د) "بالتناظر"} \quad (٢) \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

من (١) ، (٢)

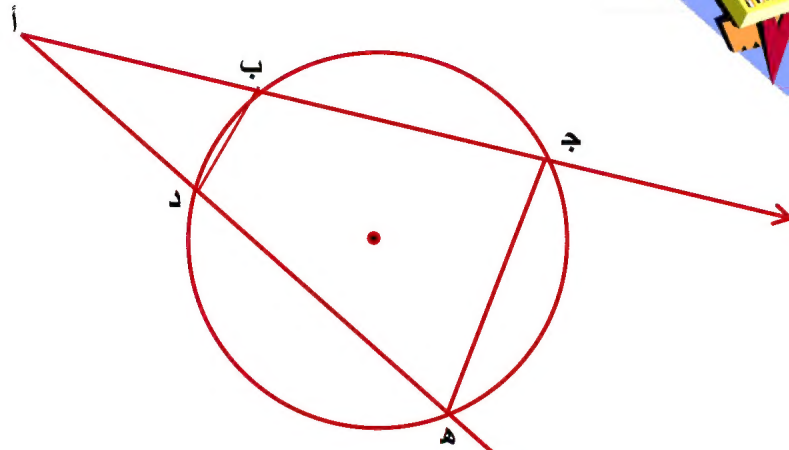
$$\text{∴ ق (أ >) + ق (و هـ د) = ١٨٠}$$

∴ الشكل أ و هـ د رباعي دائري.

$$\text{∴ ق (د أ هـ) = ق (د و هـ) "محطيتان مشتركتان في (د هـ)"}.$$

$$\text{∴ ق (د و هـ) = ق (س) "بالتناظر"}$$

$$\text{∴ ق (د أ هـ) = ق (ب س و)}$$



(١١)

$$\therefore \text{أج} = \text{أه} \quad \therefore \text{ق} (> \text{ج}) = \text{ق} (> \text{هـ})$$

\therefore الشكل ب د هـ ج رباعي دائري.

$$\therefore \text{ق} (> \text{أ ب د}) \text{ الخارجة} = \text{ق} (> \text{هـ})$$

$$\therefore \text{ق} (> \text{أ ب د}) = \text{ق} (> \text{ج}) \quad \text{وهما في وضع تناظر}$$

$$\therefore \overline{\text{ب د}} \parallel \overline{\text{ج هـ}}$$

$$\therefore \text{ق} (> \text{ج}) = \text{ق} (> \text{هـ})$$

$$\therefore \text{ق} (\widehat{\text{ب د هـ}}) = \text{ق} (\widehat{\text{ج ب د}}) \quad \text{بطرح ق} (\widehat{\text{ب د}}) \text{ من الطرفين.}$$

$$\therefore (\widehat{\text{ج ب}}) = \text{ق} (\widehat{\text{هـ د}})$$

$$\therefore \text{أ ب} = \text{ب د} \quad (١٢) \quad \therefore \text{ق} (> \text{أ}) = \text{ق} (> \text{د})$$

$$\therefore \text{ق} (> \text{د}) = \text{ق} (> \text{ج}) \quad \text{"محطيتان مشتركتان في} (\widehat{\text{ب هـ}}) \text{"}$$

$$\therefore \text{ق} (> \text{أ}) = \text{ق} (> \text{ج})$$

$$\therefore \overline{\text{أ هـ}} \parallel \overline{\text{ب ج}}, \overline{\text{أ ب}} \text{ قاطع}$$

$$\therefore \text{ق} (> \text{أ}) + \text{ق} (> \text{أ ب ج}) = ١٨٠^\circ \quad \text{"داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع.}"$$

$$\therefore \text{ق} (> \text{ج}) + \text{ق} (> \text{أ ب ج}) = ١٨٠^\circ \quad \text{"وهما داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع.}"$$

$$\therefore \overline{\text{أ ب}} \parallel \overline{\text{هـ ج}}$$

في الشكل أ ب ج هـ

$$\therefore \overline{\text{أ ب}} \parallel \overline{\text{هـ ج}}, \overline{\text{أ هـ}} \parallel \overline{\text{ب ج}} \text{ قاطع} \quad \therefore \text{الشكل أ ب ج هـ متوازي أضلاع.}$$



(١٣) $\therefore \widehat{ق} (> ب أ ج) = \widehat{ق} (> ب د ج)$ "محطيتان مشتركتان فى (ب ج)"

، $\therefore \widehat{أ س} \text{ ينصف } (> ب أ ج)$ ، $\widehat{د ص} \text{ ينصف } (> ب د ج)$.

$\therefore \widehat{ق} (> س أ ص) = \widehat{ق} (> س د ص)$

"وهما مرسومتان على القاعدة س ص وفى جهة واحدة منها".

\therefore الشكل أ س ص د رباعي دائرى .

"محطيتان مشتركتان فى (د ص)" $\therefore \widehat{ق} (> د أ ص) = \widehat{ق} (> د س ص)$

"محطيتان مشتركتان فى (د ج)" $\therefore \widehat{ق} (> د أ ج) = \widehat{ق} (> د ب هـ)$

"وهما فى وضع تناظر" $\therefore \widehat{ق} (> د س ص) = \widehat{ق} (> د ب ج)$

$\therefore \widehat{س ص} // \widehat{ب ج}$

(١٤) $\therefore \widehat{طول} (ج د) = \widehat{طول} (ب ج)$

$\therefore \widehat{(ج د)} = \widehat{ق} (ب ج)$

$\therefore ج د = ج ب$

$\therefore \widehat{ق} (> ج د ب) = \widehat{ق} (> د ب ج) = (١٨٠ - ٧٠) \div ٢ = ٥٥^\circ$

\therefore الشكل أ ب ج د رباعي دائرى

$\therefore \widehat{ق} (> أ) = ١٨٠ - ٧٠ = ١١٠^\circ$

$\therefore (> هـ أ ب)$ خارجة عن الشكل الرباعي الدائرى أ ب ج د .

$\therefore \widehat{ق} (> هـ أ ب) = \widehat{ق} (> ج) = ٧٠^\circ$

$\therefore \widehat{ق} (> هـ م ب)$ المركزية $= ٢ \widehat{ق} (> هـ أ ب)$ المحيطية $= ٧٠ \times ٢ = ١٤٠^\circ$

"مشتريكتان فى (ب هـ)"



←
:: د ج مماس للدائرة م عند ج.

∴ ق (> ج أ د) = ق (> ج ه د)

∴ الشكل أ ج د ه رباعي دائري .

∴ \overline{AB} قطر في الدائرة م

∴ ق (> أ ج ب) = ۹۰°

∴ ق (> أ ج هـ) = ٩٠°

∴ أ هـ قطر للدائرة الخارجة للشكل أ ج د هـ .

∴ ق (> د أ هـ) = ق (د ج هـ) "محیطان مشترکتان فی (د هـ)".

، ∴ ق (> د ج ه) = ق (> د ه ج)

∴ ق (> ب أ هـ) = ق (> د هـ ب)

∴ د ه مماس للدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب ه . ←